



Bokmål

Faglig kontakt under eksamen:

Anders S. Lund (735 50 228 / 41 45 19 15)

Eksamen i Brukerkurs i matematikk A (MA0001)

Tirsdag 13. desember 2011

Tid: 09:00 – 13:00 (4 timer)

Hjelpemidler: Hjelpemiddelkode A

Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. En kalkulator tillatt.

Sensurfrist: 13. januar 2012

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1 Det blir utført målinger av nikkelforurensningen i en innsjø en gang i måneden ved å måle antall milligram nikkel per liter vann ($1\text{ L}=1\text{ dm}^3$). Målingene blir lagret som følgen a_0, a_1, a_2, \dots . Etter hvert viser det seg at følgen ser ut til å tilfredsstille formelen $a_n = 0,01 \left(\frac{55}{54}\right)^n$.

a) Vis at a_n kan beskrives ved formelen: $a_n = \frac{55}{54}a_{n-1}$, $a_0 = 0,01$, $n = 1, 2, \dots$

Man har bestemt at 0,02 milligram per liter vann skal være grensen for hvor mye nikkel det kan være i vannet før det ansees å være skadelig. Det tar lang tid å skille ut nikkel fra innsjøen, derfor er det viktig å gjøre tiltak mot økningen av mengden nikkel i vannet tidlig. Man ønsker derfor å bruke målingene for å si noe om hvordan det går med mengden nikkel i vannet i fremtiden.

b) Ut ifra målingene som er gjort, hvordan ser det ut til at det går med innholdet av nikkel i det lange løp (hva går a_n mot når $n \rightarrow \infty$)? Ser det ut til å bli nødvendig å gjøre tiltak for å hindre økningen av mengden nikkel i vannet?

Oppgave 2 Finn følgende grenseverdier eller forklar hvorfor de ikke eksisterer

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{5x^2 + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} [\sin(x^2 - 3) + 2e^{x^2} - 3x^4 + 2]$

c) $\lim_{x \rightarrow \pi} [\sin(x) \cos(\frac{1}{x-\pi})]$

Oppgave 3 Tettheten y_i i en bakteriekultur målt i antall bakterier per cm^2 ble målt ved ulike tidspunkter x_i (x_i er målt i minutter). Da man plottet punktene fant man at $(x, \ln y)$ -plottet ga en rett linje gjennom punktene $(\frac{-\ln 2}{5}, \ln 4)$ og $(\ln 2, \ln 2^8)$.

- a) Finn ligningen for linja som beskriver forholdet mellom $\ln y$ og x (altså linja som går gjennom punktene over).

I resten av oppgaven kan du bruke at ligningen for linja er gitt ved $\ln y = 5x + \ln 8$.

- b) Bruk ligningen for $\ln y$ over til å finne et uttrykk for $y = f(x)$.
- c) Etter hvor mange minutter er tettheten $y = 256$ bakterier per cm^2 ?

Oppgave 4

a) Finn den deriverte av y for $y = \frac{\sin x + 2}{x^2 + 1}$

- b) Finn den deriverte av y ved implisitt derivasjon gitt at $x \ln y = x^3$ (den deriverte skal uttrykkes ved x og y)

Oppgave 5 La $f(x) = \cos x + \sin x$

- a) Skisser grafen til $f(x)$ (lag tabell med så mange verdier at det går klart fram hvorfor grafen blir som den blir).
- b) La S være flaten begrenset av x -aksen og $f(x)$ mellom $x = 0$ og $x = \frac{\pi}{2}$. Finn volumet av figuren som oppstår når du dreier flaten S om x -aksen.