Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Lisa Lorentzen tlf. 73 59 35 48

EKSAMEN I MA0001 BRUKERKURS A I MATEMATIKK

Bokmål
Fredag 20. mai 2011
kl. 9–13
Sensurfrist 10. juni 2011

Hjelpemidler (kode A): Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler,

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1 Løs ligningen

$$\ln(x+1)+\ln(x-1)=1$$

der ln betyr den naturlige logaritmen.

Oppgave 2 La f være funksjonen gitt ved

$$f(x)=(x-1)^5+e^x \qquad \text{for } -\infty<x<\infty.$$

a) Vis at funksjonen f har en invers. (Du skal ikke finne denne inversen.)

b) Finn en ligning for tangenten til grafen til $y=f(x)$ i origo.
Finn en ligning for tangenten til grafen til $y=f^{-1}(x)$ i origo.

Oppgave 3 En student har tatt opp et lån som øker med 10% per år.

Hvor mange prosent har lånet økt med i løpet av 5 år?

Oppgave 4 To studenter har sammen foretatt målinger av lysintensiteten y ved dybde x i en innsjø for n forskjellige verdier av x. De skulle analysere det felles datamaterialet sitt hver for seg. Den ene studenten plottet målingene ved å avsette punktene $(\ln x, \ln y)$ i et koordinatsystem (log-log-plott). Det viste seg at punktene $(\ln x, \ln y)$ lå på en rett linje.

Den andre studenten plottet målingene ved å avsette punktene $(\log_{10} x, \ln y)$ i et koordinatsystem. Hva slags rimelig enkel, glatt kurve vil gå gjennom disse punktene? (Husk at svaret skal begrunnes.)

Oppgave 5 La $p > 0$ være et fast, gitt tall, og la D være det begrensede området i xy-planet som er avgrenset av kurven

$$y = px^2$$

og av linjen som går gjennom de to punktene $(-\frac{1}{2}, 3p)$ og $(\frac{1}{2}, p)$.

a) Vis at hjørnepunktene (knekkpunktene) på randen til D er punktene

$$\left(-1-\sqrt{3},\ 2p\left(2+\sqrt{3}\right)\right) \quad \text{og} \quad \left(-1+\sqrt{3},\ 2p\left(2-\sqrt{3}\right)\right).$$

b) Sett opp et bestemt integral for arealet av D.

Beregn integralet ved hjelp av analysens fundamentalteorem.

Oppgave 6 La a være et vilkårlig, fast tall større enn 3.

En populasjon har størrelse

$$P(t) = 10 + \frac{(t+1-a)^2}{t+1} \qquad \text{for } t \in I = [0,4]$$

som funksjon av tiden t. Ved hvilket tidspunkt i intervallet I vokser populasjonen raskest?