

Notasjon og merknader

Som vanlig er enkelte oppgaver kopiert fra tidligere års løsningsforslag. Derfor kan notasjon, språk og stil variere noe fra oppgave til oppgave.

Oppgavene er hentet fra fagets lærebok, *Neuhauser: Calculus for Biology and Medicine*, tredje utgave.

Oppgaver fra kapittel 1.1

1.1.1 De tall n vi er bedt om å finne tilfredsstiller ligningen $|n - (-1)| = 3$, eller med andre ord

$$|n + 1| = 3.$$

Uttrykket $n + 1$ har absoluttverdi 3 hvis og bare hvis $n + 1 = 3$ eller $n + 1 = -3$. Følgelig har vi to løsninger: $n = 2$ og $n = -4$. Tallene som ligger en distanse 3 fra -1 er altså 2 og -4 .

1.1.3 Husk at $|x| = y$ hvis og bare hvis $x = y$ eller $-x = y$. Vi må altså undersøke to muligheter når vi løser ligninger som involverer absoluttverdier.

- c) Én mulighet er $2x + 3 = 5$, som vil si $x = 1$. En annen er $-(2x + 3) = 5$, som vil si at $2x + 3 = -5$, altså at $x = -4$.
- d) Det finnes *ingen* x som tilfredsstiller denne ligningen! Absoluttverdien av noe er alltid ikke-negativt, og kan altså aldri være -2 .

1.1.4 b) Én mulighet er at $5 - 3u = 3 + 2u$. Da er $u = 2/5$. En annen mulighet er at $5 - 3u = -(3 + 2u)$. Da er $u = 8$.

1.1.40 Denne oppgaven forenkles av at alle linjer vinkelrett på en horisontal linje er vertikale. Hvilket punkt den horisontale linjen går gjennom er derfor heller ikke av betydning, og vi spørres egentlig bare "hva er en ligning for den vertikale linjen gjennom $(4, 2)$?" Siden linjen er vertikal, må alle punktene på den ha samme førstekoordinat, altså samme " x -verdi", nemlig 4. Følgelig blir ligningen for disse punktene simpelthen $x = 4$.

1.1.61 Husk at en sirkel med radius r og sentrum i (x_0, y_0) er gitt ved følgende likning:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2.$$

Hintet i boka sier at vi skal løse oppgaven ved å fullføre kvadratet, vi gjør det som følger:

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 \\ &= (x^2 - 4x) + (y^2 + 2y) - 11 \\ &= (x^2 - 2 \cdot 2x) + (y^2 + 2 \cdot 1y) - 11 \\ &= (x^2 - 2 \cdot 2x + 2^2 - 2^2) + (y^2 + 2 \cdot 1y + 1^2 - 1^2) - 11 \\ &= (x^2 - 2 \cdot 2x + 2^2) + (y^2 + 2 \cdot 1y + 1^2) - 11 - 4 - 1 \\ &= (x - 2)^2 + (y + 1)^2 - 16. \end{aligned}$$

Fra dette følger at $16 = 4^2 = (x - 2)^2 + (y + 1)^2$. Altså beskriver ligningen en sirkel med radius $r = 4$ og sentrum i punktet $(2, -1)$.

1.1.71 Umiddelbart kan vi observere at dersom $\sin \theta = 0$, så er ligningen oppfylt. Verdiene av θ i $[0, 2\pi)$ som gir $\sin \theta = 0$ er $\theta = 0$ og $\theta = \pi$. Dette er altså to løsninger på ligningen. For å finne de resterende løsningene, antar vi at $\theta \neq 0$ og $\theta \neq \pi$. Da er $\sin \theta \neq 0$, og vi kan forkorte $\sin \theta$, slik at vi får

$$\cos \theta = \frac{1}{2}.$$

Dette er samme ligning som vi løste i oppgave 1.1.68, og vi vet at den har løsningene

$$\theta = \frac{\pi}{3} \quad \text{og} \quad \theta = \frac{5\pi}{3}.$$

For å oppsummere: For $\theta \in [0, 2\pi)$ har ligningen løsningene

$$\theta = 0, \quad \theta = \frac{\pi}{3}, \quad \theta = \pi, \quad \theta = \frac{5\pi}{3}.$$

1.1.76 b) At $\log_{1/4} x = 2$ vil per definisjon si at

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = x.$$

Altså er $x = 1/4^2 = 1/16$.

1.1.82 b) Merk at $3 \cdot 9 = 27$ og at $3 = \sqrt{9} = 9^{\frac{1}{2}}$. Dermed er

$$27 = 9^{\frac{1}{2}} \cdot 9 = 9^{\frac{3}{2}}.$$

Vi løser ligningen $2x + 1 = 3/2$ og finner at $x = 1/4$.