

Notasjon og merknader

Som vanlig er enkelte oppgaver kopiert fra tidligere års løsningsforslag. Derfor kan notasjon, språk og stil variere noe fra oppgave til oppgave.

Oppgavene er hentet fra fagets lærebok, *Neuhauser: Calculus for Biology and Medicine*, tredje utgave.

Oppgaver fra kapittel 1.2

- 1.2.5** a) Vi har ved hjelp av tredje kvadratsetning (også kalt konjugatsetningen) at

$$\frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{x - 1} = x + 1,$$

som var det vi skulle vise.

- b) Funksjonene f og g er ikke like: deres domener er forskjellig. f har domene $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ (notasjon: de reelle tall bortsett fra null) mens g har domene $\mathbb{R}$. Nå kan det tenkes at boken egentlig mener å spørre *er funksjonene like der domenene sammenfaller (altså på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$)?* I så fall viser svaret fra oppgave **a** at ja, det er de.

- 1.2.6** a) Husk at $|a| = a$ når $a \geq 0$, og $|a| = -a$ når $a \leq 0$, per definisjon. Altså er $2|x - 1| = 2(x - 1)$ når $x - 1 \geq 0$, altså når $x \geq 1$; og $2|x - 1| = 2(1 - x)$ når $x - 1 \leq 0$, altså når $x \leq 1$.

- b) Siden $2 - 2x = 2(1 - x)$ og $2x - 2 = 2(x - 1)$, er $f(x)$ høyresiden i oppgave **a**. Vi ser også at $g(x)$ er venstresiden. I oppgave **a** viste vi nettopp at disse er like.

- 1.2.16** a) Per definisjon av komposisjon av funksjoner har vi

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{1}{2x^2 + 1}.$$

- b) Likeledes er

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \left(\frac{1}{x + 1} \right)^2 = \frac{2}{(x + 1)^2}.$$

- c) Boken mener her egentlig “finn det største mulige reelle domenet”.

$(f \circ g)(x)$ er bare definert hvis $g(x)$ er i domenet til f , altså hvis $g(x) = 2x^2 \neq -1$. Men dette gjelder alltid, for x^2 er aldri negativt. Derfor er det største mulige domenet til $f \circ g$ hele domenet til g , altså $\mathbb{R}$.

$(g \circ f)(x)$ er bare definert hvis $f(x)$ er i domenet til g , altså hvis $1/(x + 1)$ er et reelt tall. Men det er det for alle $x \neq -1$, så det største mulige domenet til $g \circ f$ er hele domenet til f , altså $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ (de reelle tall bortsett fra -1).

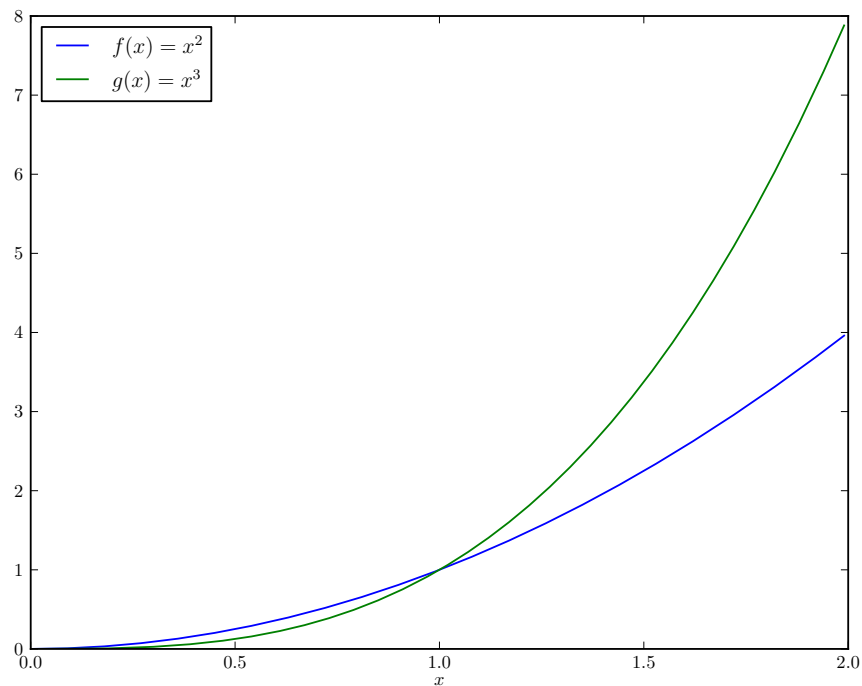
- 1.2.25** a) Se figur 1. Sammenlign også med svarene i oppgave **b** og **c**.

- b) Anta $0 \leq x \leq 1$. Siden $x^2 \geq 0$, får vi ved å multiplisere høyre ulikhet med x^2 at

$$x^3 \leq x^2,$$

som ønsket.

- c) Anta $x \geq 1$. Som i oppgave **b** multipliserer vi med x^2 og finner $x^3 \geq x^2$.



Figur 1: Løsning for oppgave 1.2.25a i området $0 \leq x \leq 2$.

1.2.81 Vi benytter at $b^{\log_b x} = x$ per definisjon.

Siden logaritmen som inngår er med grunntall 2 ønsker vi å skrive $4 = 2^2$. Da har vi

$$4^{-2 \log_2 x} = \frac{1}{4^{2 \log_2 x}} = \frac{1}{(2^2)^{2 \log_2 x}} = \frac{1}{(2^{\log_2 x})^4} = \frac{1}{x^4}.$$