

Notasjon og merknader

Som vanlig er enkelte oppgaver kopiert fra tidligere års løsningsforslag. Derfor kan notasjon, språk og stil variere noe fra oppgave til oppgave.

Oppgavene er hentet fra fagets lærebok, *Neuhauser: Calculus for Biology and Medicine*, tredje utgave.

Oppgaver fra kapittel 1.3

1.3.32

- Geometrisk tilsvarende $1 + 2 \cos x$ å strekke cosinus-funksjonen vertikalt med faktor 2 for deretter å forskyve den én enhet opp.
- Geometrisk tilsvarende $-\cos(x + \pi/4)$ å horisontalt translaterer cosinus-funksjonen $\pi/4$ enheter til venstre, etterfulgt av refleksjon om x -aksen.
- Geometrisk tilsvarende $-\cos(\pi/2 - x)$ refleksjon av cosinus-funksjonen om y -aksen fulgt av horisontal translasjon $\pi/2$ enheter til venstre og til slutt refleksjon om x -aksen.

1.3.43

Vi ønsker først å finne en lineær sammenheng mellom x og $\log y$, altså finne $a, b \in \mathbb{R}$ slik at $\log y = ax + b$ går gjennom $(x_1, \log y_1)$ og $(x_2, \log y_2)$. Vi finner

$$a = \frac{\log 1 - \log 5}{3 - 0} = \frac{1}{3} \log \frac{1}{5}$$

og $b = \log y_1 = \log 5$. Dermed finner vi

$$y = 10^{\log y} = 10^{\frac{1}{3} \log(\frac{1}{5})x + \log 5} = 10^{-(\log 5)x/3 + \log 5}.$$

1.3.48

Vi tar logartimen på begge sider av uttrykket og finner

$$\log y = \log 4 + 5x.$$

Se Figur 1.

1.3.55

Vi ønsker å finne en lineær sammenheng mellom $\log x$ og $\log y$, altså bestemme $a, b \in \mathbb{R}$ slik at $\log y = a \log x + b$ går gjennom $(\log x_1, \log y_1)$ og $(\log x_2, \log y_2)$. Ved å bruke formelen for stigningstallet til en lineær funksjon finner vi

$$a = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1} = \frac{\log 1 - \log 2}{\log 5 - \log 1} = \frac{-\log 2}{\log 5} = -\frac{\log 2}{\log 5}$$

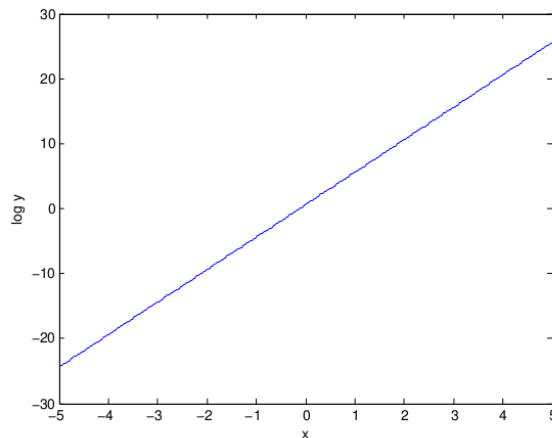
og

$$\log y_1 = a \log x_1 + b \Leftrightarrow b = \log y_1 - a \log x_1.$$

I vårt tilfelle har vi:

$$b = \log 2 - \left(-\frac{\log 2}{\log 5}\right) \log 1 = \log 2$$

Her har vi brukt gjentatte ganger at $\log 1 = 0$.



Figur 1: Plott tilhørende oppgave 1.3.48.

Dermed har vi $\log y = -\frac{\log 2}{\log 5} \log x + \log 2$, dette beskriver den lineære sammenhengen mellom $\log x$ og $\log y$.

For å finne sammenhengen mellom x og y gjør vi følgende:

$$\begin{aligned}
 y &= 10^{\log y} \\
 &= 10^{-\frac{\log 2}{\log 5} \log x + \log 2} \\
 &= 10^{\log 2} \cdot 10^{-\frac{\log 2}{\log 5} \log x} \\
 &= 210^{-\frac{\log 2}{\log 5} \log x} \\
 &= 2 \left(10^{\log x} \right)^{-\frac{\log 2}{\log 5}} \\
 &= 2x^{-\frac{\log 2}{\log 5}}.
 \end{aligned}$$

Vi ender altså opp med at sammenhengen mellom x og y er gitt ved:

$$y = 2x^{-\frac{\log 2}{\log 5}}.$$

1.3.64 Vi tar logartimen på begge sider av uttrykket og finner

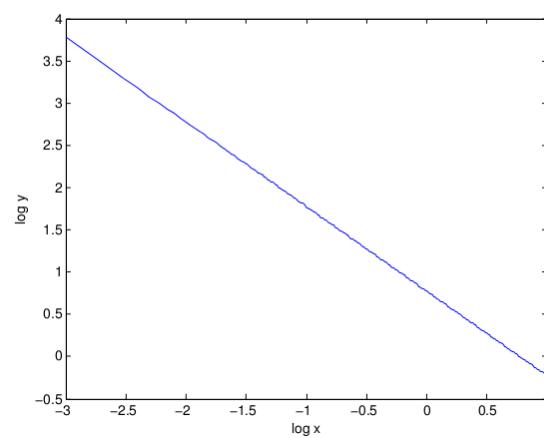
$$\log y = \log 6 - \log x$$

Se Figur 2.

2.1.16 La $t_0 = 0$, $t_1 = 42$, $t_k = 42 \cdot k$. Da har vi at $N_{t_0} = 1$, $N_{t_1} = 2^1$ og generelt

$$N_{t_k} = 2N_{t_{k-1}} = \dots = 2^k.$$

Oppgaven ber oss finne ved hvilken t_k vi har 512 bakterier og vi ser fra likningen ovenfor at dette skjer når $512 = 2^k$. Vi har med andre ord 512 bakterier etter $9 \cdot 42 = 378$ minutter eller 6 timer og 18 minutter.



Figur 2: Plott tilhørende oppgave 1.3.64.