

Notasjon og merknader

Som vanlig er enkelte oppgaver kopiert fra tidligere års løsningsforslag. Derfor kan notasjon, språk og stil variere noe fra oppgave til oppgave.

Oppgavene er hentet fra fagets lærebok, *Neuhauser: Calculus for Biology and Medicine*, tredje utgave.

Oppgaver fra kapittel 5.8

5.8.63 I denne oppgaven skal vi finne en løsning til differensiallikningen:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{t}, \quad t \geq 1,$$

med startverdibetingelsen $N(1) = 10$.

Den (generelle) antideriverte til funksjonen gitt ved $t \mapsto 1/t$ er, opp til en konstant, logaritme-funksjonen. Altså:

$$N(t) = \log t + C.$$

Det som da gjenstår for å løse oppgaven er å finne konstanten C slik at startverdibetingelsen er oppfylt:

$$10 = N(1) = \log 1 + C = 0 + C,$$

så $C = 10$. Dermed får vi at funksjonen N gitt ved

$$N(t) = \log t + 10,$$

for $t \geq 1$, løser initialverdi problemet vårt.

5.8.73 Vi er gitt differentiallikningen

$$\frac{dL}{dx} = e^{-0.1x},$$

for $x \geq 0$, hvis løsning L også skal tilfredsstille

$$\lim_{x \rightarrow \infty} L(x) = 25.$$

Vi begynner med å finne den generelle antideriverte av funksjonen, og får

$$L(x) = \frac{e^{-0.1x}}{-0.1} + C = -10e^{-0.1x} + C.$$

Deretter undersøker vi grensen av denne funksjonen når x går mot uendelig:

$$25 = \lim_{x \rightarrow \infty} L(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-10e^{-0.1x} + C) = 0 + C,$$

så $C = 25$ og vi ser at funksjonen vi er ute er:

$$L(x) = -10e^{-0.1x} + 25$$

Oppgaven spør også om verdien av funksjonen i $x = 0$, den finner vi som følger:

$$L(0) = -10e^{-0.1 \cdot 0} + 25 = -10e^0 + 25 = -10 + 25 = 15.$$

Oppgaver fra kapittel 6.1

6.1.18 Vi observerer at nevner er 2 større enn telleren, samt at summen består av fem ledd. Dersom vi lar i være tellevariabelen, får vi følgende uttrykk:

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{6} + \frac{5}{7} + \frac{6}{8} + \frac{7}{9} = \sum_{i=3}^7 \frac{i}{i+2}.$$

6.1.35 Her bruker vi tilnærmingen

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=1}^n f(c_k)\Delta x_k$$

med $f(x) = 2 + x^2$, $a = -2$, $b = 2$, $n = 4$ og $\Delta x_k = 1$ for $k = 1, 2, 3, 4$.

Vi skal også bruke venstre endepunkter, så $c_k = -2 + (k - 1)$.

Vi ender opp med det følgende:

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 (2 + x^2)dx &\approx \sum_{k=1}^4 \left(2 + \left(-2 + k \frac{2 - (-2)}{4} \right)^2 \right) \\ &= (2 + 4) + (2 + (-2 + 1)^2) + (2 + (-2 + 2)^2) + (2 + (-2 + 3)^2) \\ &= 14. \end{aligned}$$