



Faglig kontakt under eksamen:
Martin Wanvik (98 60 79 22)

Eksamen i MA0002,
Brukerkurs i matematikk B

Bokmål
7. august 2013
Tid: 09:00-13:00

Tillatte hjelpemidler (kode A):

Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Alle kalkulatorer tillatt.

Oppgavesettet består av 10 (del)oppgaver, og hver oppgave teller like mye under fastsettelse av total karakter. **Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.**

Sensurfrist: 28. august

Oppgave 1 En parametrisert linje L og et plan P (i rommet) er gitt ved ligningene

$$x = 1 + 3t$$

$$y = 2 + 2t$$

$$z = 3 + t$$

og

$$5x + 4y + 3z = 2.$$

Finn skjæringspunktet mellom P og L .

Oppgave 2 La

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + xy + \frac{1}{3}y^3$$

- a) Regn ut gradienten ∇f til f . Finn den retningsderiverte til f i punktet $(0, 1)$ i retning $[2, -1]$.
- b) Finn alle de kritiske punktene til f , og avgjør om de er lokale maksima, lokale minima eller sadelpunkter.

Oppgave 3

La

$$A_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & c & 0 \\ -c & 0 & c \end{bmatrix},$$

der c er et tall.

- a) Regn ut determinanten $\det A_c$ til A_c . Forklar hvorfor A er invertibel hvis og bare hvis $c \neq 0$ og $c \neq \frac{1}{2}$.
- b) Bruk elementære radoperasjoner til å vise at

$$A_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- c) Løs ligningssystemet

$$A_1^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Oppgave 4

Finn alle likevektspunkter til systemet

$$\begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 + y \\ y^2 + x \end{bmatrix}$$

og avgjør om de er stabile eller ustabile.

Oppgave 5

- a) Finn

$$\int x \cos x \, dx$$

ved delvis integrasjon.

b) Finn

$$\int \cos \sqrt{x} \, dx$$

ved substitusjon.

Oppgave 6 En sylinderformet vanntank med grunnflate på 1 m^2 og høyde 4 m fylles helt opp med vann. Vannet renner ut gjennom et lite hull (med grunnflate 1 cm^2) i bunnen av tanken. Det kan vises ved hjelp av Toricelli's lov at vannstanden (i meter) $y(t)$ i tanken etter t sekunder oppfyller differensialligningen

$$\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$$

der $k \approx 4.43 \cdot 10^{-4}$ er en konstant. Hvor lang tid tar det før alt vannet har rent ut?