Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Fasit for EKSAMEN I MA0003 (Brukerkurs i matematikk for informatikere)

Fredag 15. mai 2009
kl. 9–13

Sensurdato: 5. juni 2009.

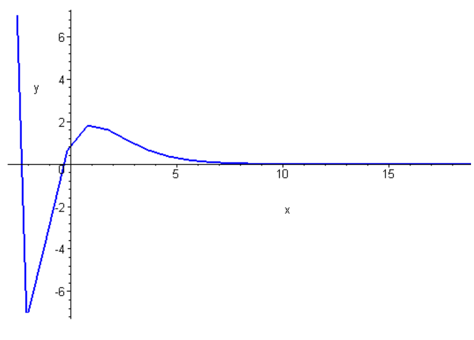
Dette er en fasit og fyller ikke kravet om at det skal være med så mye mellomregning at framgangsmåten framgår tydelig av besvarelsen

Oppgave 1 Deriver:

$$f'(x) = (-x^2 - x + 2)e^{-x} = -(x-1)(x+2)e^{-x}.$$

a) Fortegnsdrøfting gir da relative minimum for $x = -2$ og relativt maksimum for $x = 1$.

b) $f(-4) = 5e^4 \approx 273$, $f(-2) = -e^2 \approx -7,4$ og $f(1) = 5e^{-1} \approx 1,8$, så globalt maks for $x = -4$ og globalt min for $x = -2$. Grafen ser omtrent slik ut:



Oppgave 2

a) Arealet blir

$$\int_0^1 2e^{-3x}\,dx = \left[-\frac{2}{3}e^{-3x}\right]_0^1 = \frac{2}{3}(1-e^{-3}).$$

b) Volumet blir

$$\int_0^1 \pi(2e^{-3x})^2\,dx = \int_0^1 4\pi e^{-6x}\,dx = \left[-\frac{4}{6}\pi e^{-6x}\right]_0^1 = \frac{2}{3}\pi(1-e^{-6})$$

Oppgave 3

a) Substitusjonen $u = x^2$ gir $du = 2x\,dx$ og

$$\int x\cos(x^2)\,dx = \int \cos u \frac{1}{2}\,du = \frac{1}{2}\sin u + C = \frac{1}{2}\sin(x^2) + C.$$

b) Delvis integrasjon gir

$$\int x\sin x\,dx = x(-\cos x) - \int 1\cdot(-\cos x)\,dx = -x\cos x + \sin x + C.$$

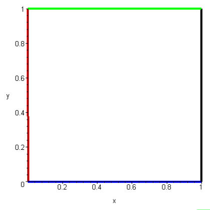
Derfor blir

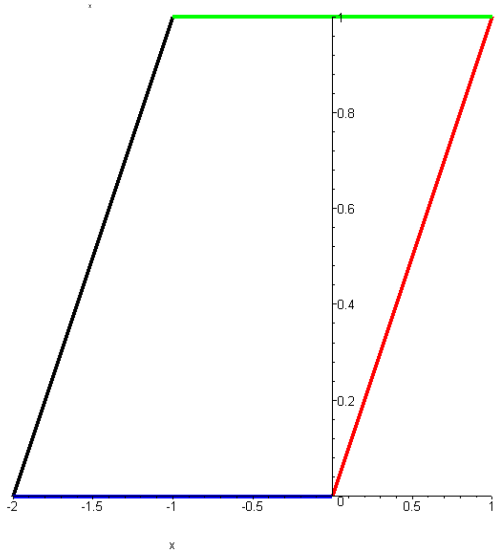
$$\int_0^{\pi/2} x\sin x\,dx = [-x\cos x + \sin x]_0^{\pi/2} = 1.$$

Oppgave 4 Løsningen blir $x = 1$, $y = 3$ og $z = 2$.

Oppgave 5

a) Her har du enhetskvadratet og bildet av enhetskvadratet under transformasjonen A:





b)

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Videre blir

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Oppgave 6

$$P(t) = P_0 e^{-0{,}028t}.$$

Skal $P(t_0) = \frac{1}{2}P_0$ får en at $t_0 = \frac{\ln 2}{0{,}028} = 24,8$ år.

Oppgave 7 Her blir

$$\frac{dy}{y} = 3x^2\,dx,$$

så når en integrerer får en

$$\ln|y| = x^3 + K$$

dvs

$$y(x) = Ce^{x^3}.$$