



FASIT FOR EKSAMEN I MA0003 (Brukerkurs i matematikk for informatikere)  
Tirsdag 16. desember 2008

*Dette er en fasit og oppfyller ikke kravet om at alle svar skal begrunnes! Det tas forbehold om mulige feil.*

**Oppgave 1**

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(x \sin x) &= \sin x + x \cos x \\ \frac{d}{dx}\left(\frac{\ln x}{x}\right) &= \frac{1 - \ln x}{x^2} \\ \frac{d}{dx}(\ln(x^2 + 3x)) &= \frac{2x + 3}{x^2 + 3x}\end{aligned}$$

**Oppgave 2**      $x = 1$       $y = 3$       $z = 2$

**Oppgave 3**     Største verdi:  $f(4) = \frac{28}{3} \approx 9.33$ . Minste verdi  $f(\sqrt{3}) = -2\sqrt{3} \approx -3.46$ .

**Oppgave 4**

$$f(x) = \frac{3x^2 + x - 6}{x - 1} = 3x + 4 - \frac{2}{x - 1}.$$

Derfor vil  $\frac{3x^2 + x - 6}{x - 1} - (3x + 4) = -\frac{2}{x - 1}$  gå mot 0 når  $x$  går mot  $\pm\infty$ , så  $y = 3x + 4$  er en skrå-asymptote.

**Oppgave 5**     Grafene skjærer hverandre for  $x = 0$  og  $x = \pm 4$ . Videre er

$$f(x) \geq g(x) \text{ for } x \in [-4, 0] \text{ og } f(x) \leq g(x) \text{ for } x \in [0, 4].$$

Derfor blir arealet

$$\begin{aligned} & \int_{-4}^0 f(x) - g(x) dx + \int_0^4 g(x) - f(x) dx \\ &= \int_{-4}^0 x^3 - 16x dx + \int_0^4 16x - x^3 dx \\ &= 2 \int_0^4 16x - x^3 dx = 2 \left[ 8x^2 - \frac{1}{4}x^4 \right]_0^4 = 128. \end{aligned}$$

### Oppgave 6

- a) Derivasjon gir at  $T'(t) = kAe^{-kt}$  og litt regning gir at  $k(20 - T(t)) = kAe^{-kt}$ . Altså oppfyller  $T(t) = 20 - Ae^{-kt}$  differensiallikningen.
- b) Vi har  $T(0) = 4$ , men også  $T(0) = 20 - A$ . Altså er  $A = 16$ .  
Videre er  $T(1) = 12$ , men også  $T(1) = 20 - Ae^{-k} = 20 - 16e^{-k}$ . Dermed er  $k = \ln 2$ .
- c) Vi har fra det foregående at  $T(t) = 20 - 16e^{(-\ln 2)t} = 20 - 16 \cdot 2^{-t}$ . Vi skal finne  $t$  slik at  $T(t) = 18$ , dvs  $20 - 16 \cdot 2^{-t} = 18$ . Dette er det samme som at  $\frac{1}{8} = 2^{-t}$ , dvs  $t = 3$  timer.

### Oppgave 7

- a) For bildet av enhetskvadratet under denne transformasjonen, se vedlagte figur.
- b)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Altså er  $A = A^{-1}$ .
- c) Hvis  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ , så er  $A\mathbf{x} = \mathbf{x}$  ekvivalent med likningssystemet

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 &= x_1 \\ x_2 &= x_2 \end{aligned}$$

som igjen er ekvivalent med  $x_1 = x_2$ . Altså er  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1 \end{bmatrix}$ , løsningsmengden blir den rette linja gjennom  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

*Alternativ løsning:* Fra a) ser en at punktet  $(1, 1)$  blir liggende i ro under transformasjonen A. Altså oppfyller  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  likningen og dermed vil også alle punkt på den rette linja gjennom  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  gjøre det.