Noregs teknisk–naturvitskaplege universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Bente Østigård (900 24 206)

EKSAMEN Matematikk for informatikere (MA0003)

Nynorsk
Onsdag 23. mai 2007
Tid: 09:00 – 13:00 Sensur 13. juni 2007

Hjelpemiddel:
Inntil 5 ark med eigne notat, handskrevne eller maskinskrevne. Du kan skrive på begge sider. Lommeregner etter fritt val.

Oppgåvesettet er på av 4 oppgåver. Du skal svare på alle oppgåvene.
Du skal grunngje alle svar (f. eks. ved mellomregning).

Ved vurdering tel alle bokstavpunkta likt.
I tillegg til avsluttende eksamen tel midtsemesterprøve med 20% dersom det er til føremon for deg.

Oppgåve 1

a) Bestem følgjande grenseverdi

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x}.$$

b) Løys likningssystemet nedanfor

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & - & z & = & 0 \\ x & + & y & & & = & 0 \\ 3x & + & y & + & z & = & 4 \end{array}$$

Oppgåve 2

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$.

a) Vis at $f(x) = 1 + \frac{4}{x-1}$.

b) Bestem definisjonsmengda og asymptotane til $f(x)$. Bestem f' og f''. Lag fortegnskjema for f, f' og f''.

c) Bruk det du har funne over til å skissere grafen til f.

d) Bestem $\int_2^3 f(x)dx$.

Oppgåve 3

Matrisa A er gjeven ved $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Lineær avbildninga frå $\Re^2$ til $\Re^2$ er gitt ved $A\overline{x}$, der $\overline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$. Einingskvadratet er kvadratet gjeven ved hjørna $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ og $(1,1)$.

a) Rekn ut $A\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Skisser biletet av einingskvadratet under denne lineær avbildninga.

b) Finn A^{-1}. Skisser bildet av enhetskvadratet under lineær avbildningen $A^{-1}\overline{x}$.

Oppgåve 4

Eit vannreservoar blir tilført vatn etter følgjande formel $v(t) = c\cos(\frac{2\pi t}{T})$ der $T = 24$ *timar*, $c = 2,0\ m^3$ *pr. time*. Negative verdiar av $v(t)$ tyder at vatn renn ut ved tida t, positive verdier at vann strøymar inn i reservoaret.

La $V(t)$ være vatninnhaldet i reservoaret ved tida t. Anta at $V(0) = 40\ m^3$.

a) Skisser grafen til $v(t)$ for $0 \leq t \leq 24$ (Bruk $0,5\ cm$ som eining på båe aksane.)

b) Uttrykk $V(t)$ ved eit integral.
Finn så vatninnhaldet i reservoaret ved tida $t = 6$ *timar*.