



Faglig kontakt under Midtsemesterprøve:
Førsteamanuensis Per Hag, tlf. 91743

MIDTSEMESTERPRØVE I MA1101 GRUNNKURS I ANALYSE I

Onsdag 6. oktober 2004

Tid 10.00 - 12.00

Hjelpemidler: Godkjent kalkulator (HP30S).

Oppgave 1

Funksjonen f er definert for alle $x \neq 0$ ved formelen

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

- a) Er f en like eller en odde funksjon eller ingen av delene? Begrunn svaret.
- b) Bestem de punkter på kurven der tangenten er horisontal. Angi ligningen for tangenten i disse punktene.
- c) Har kurven horisontale eller vertikale asymptoter? Angi i så fall disse.
- d) Lag en skisse av grafen til f . (Det er viktigere å få fram hovedtrekkene enn å regne ut mange punkter v.h.a. lommeregner!)

Oppgave 2

- a) Skriv opp skjæringssetningen (The Intermediate-Value Theorem) uten bevis.

Snu arket!

b) Vis at ligningen

$$x^3 - 15x + 1 = 0$$

har minst to løsninger i intervallet $[-4, 2]$. Svaret skal begrunnes.

Oppgave 3

a) Bestem grensen

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a} \text{ når } a > 0.$$

b) Bestem $f'(a)$ for $a > 0$ når $f(x) = \sqrt{x}$; $x > 0$. (Benytt a) og definisjonen av den deriverte.)

c) Skriv opp $f'(x)$ når $f(x) = x^r$, r reell konstant, $x > 0$. Sammenlign resultatet i c) og b) ved å gi r en spesiell verdi. (Derivasjonsregelen vi benytter for $f(x) = x^r$ skal ikke bevises.)

Oppgave 4

Bestem $\frac{dy}{dx}$ når $y = \frac{\tan 3x}{x^2}$ for $x \in]0, \frac{\pi}{6}[$.

Oppgave 5

I denne oppgaven skal det bare settes ring rundt "Sant" eller "Galt" til høyre. M.a.o. begrunnelse kreves ikke!

- | | | |
|--|------|------|
| a) Hvis f er kontinuerlig i $x = a$, så er f deriverbar i $x = a$. | Sant | Galt |
| b) Hvis f er deriverbar i $x = a$, så er f kontinuerlig i $x = a$, | Sant | Galt |
| c) Det finnes en funksjon som er kontinuerlig i et eneste punkt og diskontinuerlig i alle andre punkter. | Sant | Galt |
| d) Hvis $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ eksisterer og $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ ikke eksisterer, så eksisterer ikke $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$ | Sant | Galt |
| e) Hvis $y = f(x) $ er kontinuerlig, så er også $y = f(x)$ kontinuerlig. | Sant | Galt |
| f) Ulikheten $ 2x + 1 < 5$ gjelder hvis og bare hvis $x \in]-3, 2[$. | Sant | Galt |