

Ekstremalverdiproblem

- (06, s. 269) To ikke negative tall har sum n . Hva er den minste mulige verdien av summen av kvadratene av de to tallene?

LØSNING: Kall tallene x og y (!)

- $x, y \geq 0$, og $x + y = n$ (antagelsene i oppgaven.) Oppgaven blir å finne den minste verdien av

$$x^2 + y^2.$$

Merk: $y = n - x$. Så vi ser på funksjonen:

($f(x) = x^2 + (n - x)^2$, $x \in [0, n]$).

(x mai være større enn eller lik 0, og mindre enn eller lik n)

- ~~Siden f er deriverbar i~~ Siden f er deriverbar i $]0, n[$ og kontinuerlig i $[0, n]$, vil absolutte maksimums og minimumsverdier forekomme ~~der~~ i $x=0$, $x=n$ eller der $f'(x)=0$.

Sett:

$$f'(x) = 2x + 2(n-x) \cdot (-1)$$

$$= 4x - 2n = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{n}{2}$$

$$f(0) = 0^2 + (n-0)^2 = n^2$$

$$f(n) = n^2 + (n-n)^2 = n^2$$

$$f\left(\frac{n}{2}\right) = \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left(n - \frac{n}{2}\right)^2 = \frac{n^2}{2}$$

Så $f(x)$ har absolutt minimumsverdi

$$\frac{n^2}{2} \text{ i } x = \frac{n}{2}$$

Konklusjon: Den minste mulige verdien

av summen av kvadratene av de to

fallene blir $\frac{n^2}{2}$, når $x = \frac{n}{2}$ og $y = \frac{n}{2}$.

///