

Faglig kontakt: Kari Hag (73 59 35 21, 48 30 19 88) **Studentnr.** _____

Semesterprøve i MA6101 den 04.11.07
Tid: 90 min. Hjelpemidler: Kalkulator HP30S

DEL I

Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål i del I. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng. Hver korrekt oppgave teller 2 poeng.

1. Grenseverdien $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$ er lik:

- 0 $\frac{1}{2}$ ∞ 1

2. Grenseverdien $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^{3x}$ er lik:

- e^6 ∞ 1 $e^{\frac{3}{2}}$

3. For hvilket tall a er funksjonen $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x} & \text{hvis } x \neq 0 \\ a & \text{hvis } x = 0 \end{cases}$ kontinuerlig?

- $a = 2$ Ingen verdi av a $a = \infty$ $a = 1$

4. Hvilken ulikhet gjelder for alle $x \in (0, 1)$?

- $\arcsin x < \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ $\arcsin x < x^2$ $\arcsin x < x$ $\arcsin x > x + \frac{x^2}{2}$

5. Funksjonen $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$ er injektiv (en-entydig) når vi begrenser definisjonsområdet til dette intervallet:

- $(-\infty, 0]$ $[-2, 1]$ $[0, \infty)$ $[-1, 2]$

6. Integralet $\int_0^1 \frac{x}{1+x^4} dx$ er lik:

- $\frac{1}{2}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{4}{\pi}$ $\frac{\pi}{8}$

7. Området begrenset av x-aksen og grafen til $f(x) = e^{x^2}$, $0 \leq x \leq 1$, roteres om y-aksen. Hva blir volumet av omdreiningslegemet?

- π $(e - 1)\pi$ 2π $2(e - 1)\pi$

8. Et fly flyr i konstant høyde 8km over bakken. I et bestemt øyeblikk er avstanden til en radar på bakken 10km og øker med 480km/t. Hvor fort flyr flyet da?

- 480km/t 384km/t 600km/t 800km/t

DEL II

Her skal du begrunne svaret ditt, og ta med nødvendige mellomregninger.

9. Vis ved induksjon at ulikheten $(1 + x)^n \geq 1 + nx$, $x \geq -1$, gjelder for alle $n \in \mathbb{N}$.

10. La f være gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} Ax + B & \text{for } x < 0; \\ 3e^{2x} & \text{for } x \geq 0. \end{cases}$$

(A og B er konstanter). For hvilke verdier av A og B er f deriverbar i $x = 0$?