Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt: Per Hag
Telefon: 73 59 17 43

Midtsemesterprøve i MA1101, Grunnkurs i analyse I

Bokmål
Tirsdag 11. oktober 2011
Tid: 08.15 – 09.45
Hjelpemidler: Kalkulator (HP30S eller Citizen SR-270X)

Alle svar skal begrunnes. Lykke til!

Oppgave 1

a) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$. Bestem $f'(2)$.

b) $\int (\sin x + x^2)\, dx =$

c) $\int 2x \cos(x^2)\, dx =$

Oppgave 2

a) Bevis at funksjonen

$$f(x) = 3x^3 + x - 1$$

er strengt voksende for alle x.

b) Bevis at funksjonen f i **a)** har eksakt ett nullpunkt i intervallet $(0, 1)$.

Oppgave 3

Benytt den formelle definisjonen av grenseverdi/limes (med ϵ og δ) til å bestemme

$$\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{x^2+1}$$

Vis at man i dette eksempelet kan velge $\delta = \epsilon$.

Oppgave 4

Det oppgis her at:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

(Bevis for denne likhet kreves ikke.)
Benytt denne formel til å bevise at:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Oppgave 5

a) Skriv opp sekant-setningen (the Mean-Value Theorem). (Bevis kreves ikke.)

b) Anta at funksjonen f er definert og deriverbar i det åpne intervallet (a, b) og at

$$f'(x) < 0 \quad \text{for alle} \quad x \in (a, b)$$

Benytt sekantsetningen til å bevise at f da er strengt avtagende i (a, b), d.v.s. hvis $x_1 < x_2$ så er $f(x_1) > f(x_2)$.

c) Bestem om følgende utsagn er riktig: Dersom f er deriverbar i et åpent intervall, og strengt avtagende i dette intervallet, så må $f'(x) < 0$ for alle x i intervallet. Gi et bevis eller et moteksempel.

Oppgave 6

Det finnes to tangenter til parabelen

$$y = x^2$$

som går gjennom punktet $(1, -8)$. Bestem ligningen til disse tangentene.