Noregs teknisk–naturvitskaplege universitet
Institutt for matematiske fag

Fagleg kontakt: Per Hag
Telefon: 73 59 17 43

Midtsemesterprøve i MA1101, Grunnkurs i analyse I

Nynorsk
Tysdag 11. oktober 2011
Tid: 08.15 – 09.45
Hjelpemiddel: Kalkulator (HP30S eller Citizen SR-270X)

Alle svar skal grunnjevast. Lukke til!

Oppgåve 1

a) $f(x) = \sqrt{2x^2+1}$. Bestem $f'(2)$.

b) $\int (\sin x + x^2)\, dx =$

c) $\int 2x \cos(x^2)\, dx =$

Oppgåve 2

a) Bevis at funksjonen
$$f(x) = 3x^3 + x - 1$$
er strengt veksande for alle x.

b) Bevis at funksjonen f i **a)** har nøyaktig eitt nullpunkt i intervallet $(0, 1)$.

Oppgåve 3

Bruk den formelle definisjonen av grenseverdi/limes (med ϵ og δ) til å bestemme

$$\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{x^2+1}$$

Vis at ein i dette tilfellet kan velje $\delta = \epsilon$.

Oppgåve 4

Vi har at:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

(Denne likheita treng du ikkje vise.)
Bruk likheita til å bevise at:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Oppgåve 5

a) Skriv opp sekant-setningen (the Mean-Value Theorem). (Utan bevis)

b) Gå ut ifrå at funksjonen f er definert og deriverbar i eit opent intervall (a, b) og at

$$f'(x) < 0 \quad \text{for alle} \quad x \in (a, b)$$

Vis ved å bruke sekantsetningen at f då er strengt minkande på intervallet (a, b), d.v.s. at dersom $x_1 < x_2$ så er $f(x_1) > f(x_2)$.

c) Bestem om følgjande utsegn er riktig: Dersom f er deriverbar i eit opent intervall, og strengt minkande i dette intervallet, så må $f'(x) < 0$ for alle x i intervallet. Gje eit bevis eller eit moteksempel.

Oppgåve 6

Parabelen

$$y = x^2$$

har to tangentar som går igjennom punktet $(1, -8)$. Finn likninga til desse tangentane.