**Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet**
**Institutt for matematiske fag**



Faglig kontakt under eksamen:
Førsteamanuensis Per Hag, tlf. 91743

# MA1102 GRUNNKURS I ANALYSE II

Bokmål
Onsdag 19. mai 2004
Tid 9-13
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator (HP30S)
Sensurdato: Onsdag 9. juni

**I oppgave 1 - 5 skal svarene begrunnes. I oppgave 6 skal du bare skrive R eller G i rutene til høyre. Arket med oppgave 6 skal innleveres.**

## Oppgave 1

En kurve har parameterframstillingen:

$$x = 3\sin t\,, \quad y = 4\cos t \qquad -\pi \leq t \leq \pi.$$

Lag en skisse av kurven og eliminer parameteren $t$ for å få en ligning i kartesiske koordinater. Hva kalles en slik kurve?

## Oppgave 2

Løs initialverdiproblemet:

$$y' - \frac{2y}{x} = x^2 \quad ; \quad y(1) = 3$$

## Oppgave 3

En varm gjenstand plasseres i et kaldere rom. I følge Newtons avkjølingslov vil da gjenstandens temperatur $y = y(t)$ endre seg slik at $y'(t)$ er proporsjonal med forskjellen mellom romtemperaturen og gjenstandens temperatur ved tidspunktet $t$.

a) Sett opp en differensialligning for $y = y(t)$ når det opplyses at romtemperaturen er konstant lik $19°C$.

b) Vi får opplyst at gjenstandens temperatur ved tiden $t = 0$ var $79°C$ og at den synker til $46°C$ etter 5 minutter. Hva er gjenstandens temperatur etter 10 minutter?

## Oppgave 4

Løs initialverdiproblemet:

$$y'' - 4y' + 4y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

## Oppgave 5

a) Avgjør om det uegentlige integralet:

$$\int_2^\infty \frac{dx}{x \ln x}.$$

divergerer eller konvergerer.

b) Avgjør om rekken:

$$\sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n \ln n}.$$

divergerer eller konvergerer.

**Dette arket skal besvares og leveres inn.**

STUDENTNUMMER:

## Oppgave 6

Kryss av i ruten til høyre **R** eller **G** etter som du mener at nedenstående utsagn er riktig eller galt. (Begrunnelse kreves ikke i denne oppgaven!)

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer bare hvis $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. ☐

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergerer dersom $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$. ☐

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$ konvergerer absolutt. ☐

(iv) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ konvergerer med sum lik 1. ☐

(v) Hvis $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer, så konvergerer $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$. ☐

(vi) Rekken $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$ konvergerer for alle $x \in [-1,1]$ og divergerer for alle andre $x$. ☐

(vii) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$. ☐