Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen: Per Hag
(telefonnr 73 59 17 43)

Eksamen i MA1102/MA6102 Grunnkurs i analyse II

Dato: Torsdag 6. desember 2007
Tid: 09.00 - 13:00
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator (HP30S)
Formelark vedlagt.

Bokmål

Sensur: 7. januar 2008

Oppgave 1

a) Omskriv polarkoordinatligningen:

$$r = \frac{4}{1 - \cos\theta}$$

til en ligning i xy-koordinater.

b) Hvilken type kurve gir ligningen i a)? Tegn en skisse av denne kurven.

Oppgave 2

Løs den inhomogene differensialligningen:

$$y'' + 2y' + 5y = x$$

Oppgave 3 Avgjør om det uegentlige integralet

$$\int_2^\infty \frac{dx}{(x+1)^{5/2}},$$

konvergerer eller divergerer. Bestem verdien av integralet dersom det konvergerer.

Oppgave 4

a) Bestem konvergensintervallet for potensrekken:

$$x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots + nx^n + \cdots$$

Avgjør spesielt konvergens/divergens i endepunktene av konvergensintervallet.

b) Finn summen av rekken

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{n}{2^n}$$

Oppgave 5 Bestem en tilnærmet løsning av ligningen

$$2\sin x = x$$

mellom 0 og π ved å velge $x_0 = \pi/2$ og benytte Newtons metode til å bestemme x_1 og x_2.

Oppgave 6

a) Vis at dersom $P_1 = (x_1, y_1)$ er et punkt på sirkelen

$$x^2 + y^2 = 1,$$

så er

$$x_1 x + y_1 y = 1$$

ligningen for tangenten til sirkelen i dette punkt.

b) La $P_1 = (x_1, y_1)$ og $P_2 = (x_2, y_2)$ være to forskjellige punkt på sirkelen i a) som ikke er diametralt motsatt (d.v.s. $x_1 \neq -x_2$ eller $y_1 \neq -y_2$). La $P_0 = (x_0, y_0)$ være skjæringspunktet mellom tangentene til sirkelen i punktene P_1 og P_2. Vis at da blir ligningen for den rette linjen gjennom P_1 og P_2:

$$x_0 x + y_0 y = 1$$