Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Marius Irgens (735 50228)

EKSAMEN I GRUNNKURS I ANALYSE II (MA1102)

Mandag 26. mai 2008
Tid: 09:00 – 13:00 Sensur 16. juni 2008

Hjelpemidler:
Kode D, bestemt enkel kalkulator (HP30S)

Alle svar skal ha en god begrunnelse.
Du finner et ark med formler etter oppgavene.

Oppgave 1 En kurve K er gitt i polarkoordinater ved

$$r = \sin 2\theta, \qquad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

a) Tegn en skisse av kurven K.

b) Regn ut arealet av området innenfor kurven K.

Oppgave 2 Du får vite at parabelen gitt ved $8x + y^2 = 24$ har brennpunkt i $(1, 0)$. Finn styrelinja.

Oppgave 3 Bruk integraltesten for å sjekke om følgende rekke konvergerer eller divergerer.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$$

Oppgave 4 Finn konvergensområdet for rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n^2}.$$

Oppgave 5 Finn buelengden til kurven gitt ved $y^2 = x^3$ mellom punktene $(0,0)$ og $(1,1)$.

Oppgave 6 Bruk Taylorpolynom til $f(x) = \sin x$ om $x = 0$ for å finne et estimat for $\sin(\frac{1}{10})$ med feil mindre enn $0,001$.

Oppgave 7 Du er gitt funksjonen $f(x) = x^3 - 3x + 3$. Bruk Newtons metode til å finne et tall x_k slik at $|f(x_k)| \leq 0,1$.

Oppgave 8 Du er gitt funksjonsfølgen $\{f_n\}$ der $f_n(x) = x^n(1-x^n)$, $n \in \mathbf{N}$, og funksjonen $f(x) = 0$ (funksjonen som er konstant null).

a) Vis at på $[0,1]$ konvergerer funksjonsfølgen $\{f_n\}$ punktvis mot f.
(Det vil si: vis at for $0 \leq x \leq 1$ har vi $\lim_{n\to\infty} x^n(1-x^n) = 0$.)

b) Undersøk om funksjonsfølgen konvergerer uniformt mot f på $[0,1]$.