Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen: Per Hag
(telefonnr 73 59 17 43)

Eksamen i MA1102/MA6102 Grunnkurs i analyse II

Dato: Tirsdag 22. mai 2007
Tid: 15.00 - 19:00
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator (HP30S)
Formelark vedlagt.

Bokmål

Sensur: 13. juni 2007

Oppgave 1

Finn den allmenne løsning av differensialligningen:

$$y'' + y = \cos x$$

(Den homogene løsningen gir halv score.)

Oppgave 2

a) Avgjør om integralet $\displaystyle\int_2^\infty \frac{dx}{x \ln x}$ konvergerer eller divergerer.
(VINK: Innfør $u = \ln x$).

b) Avgjør om rekken $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ konvergerer eller divergerer.

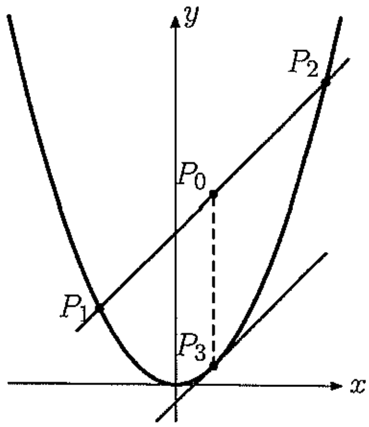
Oppgave 3

a) Bestem Taylorpolynomet av grad 6 for funksjonen $f(x) = \cos x$ omkring $x = \pi$.

b) Bestem avviket fra den korrekte verdien når vi benytter formelen i a) for $x = \frac{3\pi}{2}$.

Oppgave 4

Parabelen $y = x^2$ er gitt. La $P_1 = (x_1, y_1)$ og $P_2 = (x_2, y_2)$ være to punkter på parabelen. La videre $P_0 = (x_0, y_0)$ være midtpunktet på linjestykket P_1P_2. Vis at tangenten til parabelen i punktet P_3 der parabelen skjærer linjen $x = x_0$ er parallell med linjen gjennom P_1 og P_2.



Oppgave 5

a) Hva vil det si at rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer betinget/absolutt? Gi ett eksempel på en rekke som konvergerer betinget og ett eksempel på en rekke som konvergerer absolutt.

b) Vis at dersom rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer absolutt, så konvergerer også rekken $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ der $b_n = |a_n| - a_n$.

c) Vis at dersom rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer absolutt, så vil rekken konvergere. (Vis m.a.o. at dersom $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergerer, så vil også $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergere.)