Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under Midtsemestereksamen:
Førsteamanuensis Per Hag (9 17 43)

MIDTSEMESTEREKSAMEN I MA1102 GRUNNKURS I ANALYSE II

Mandag 6. mars 2006
Tid: 12:15 – 14:00
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator (HP30S)
Bokmål

Oppgave 1

Skisser området R i planet som er begrenset av kurven gitt i polarkoordinater ved:

$$r = 2\sqrt{\theta} \quad , \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

og av intervallet $[0, 2\sqrt{2\pi}]$ på x-aksen. Beregn deretter arealet av dette området.

Oppgave 2

a) En kurve er gitt ved parameterframstillingen:

$(*)$ $$x = 2\cos t, \quad y = 3\sin t; \quad t \in [0, \pi].$$

Eliminer parameteren t for å bestemme en kurve i kartesiske (rettvinklede) koordinater som inneholder $(*)$. Lag en skisse av kurven $(*)$ og angi orienteringen som svarer til voksende t.

b) Finn arealet begrenset av ellipsen:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Oppgave 3

Finn den allmenne løsningen av differensialligningen:

$$y'' + 4y = 2e^t.$$

Oppgave 4

a) Vi definerer:

$$\begin{aligned} \sinh t &= \tfrac{1}{2}(e^t - e^{-t}) \\ \cosh t &= \tfrac{1}{2}(e^t + e^{-t}) \end{aligned}$$

Bevis at

$$\frac{d}{dt}(\sinh t) = \cosh t$$

og at

$$\sqrt{1 + \sinh^2 t} = \cosh t.$$

b) Bevis at dersom

$$x = \sinh t,$$

så er:

$$t = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}).$$

c) Regn ut det ubestemte integralet:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 + x^2}}.$$

Oppgave 5

Finn ligningen for kurven som inneholder alle punkter i planet som har dobbel så stor avstand til punktet $(c, 0)$ som til punktet $(-c, 0)$. (Vi antar at $c > 0$). Hvilke type kurve er dette? Lag en skisse av kurven.