



Faglig kontakt under eksamen: Heidi Dahl
Telefon: 7359 3464

Eksamen i fag MA1103 Flerdimensjonal analyse

Bokmål

Torsdag 2. juni 2005

Kl. 09.00-13.00

Hjelpemiddel: Kalkulator HP30S
Alle svar skal begrunnes. Lykke til!

Sensur faller 21.06.2005.

Oppgave 1 La $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 2x + 6$

- a) Finn og klassifiser eventuelle kritiske punkt for f .
- b) Bestem maksimalverdien og minimalverdien til f på området

$$E : \left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 \leq 1.$$

- c) Beregn volumet av legemet under grafen til f over området E .
- d) La C betegne randa til E , orientert mot klokka. La $\mathbf{F} = [y, x]$ være et kraftfelt. Beregn arbeidet \mathbf{F} utfører på en partikkel som gjennomløper kurven C i positiv omløpsretning.

Oppgave 2

- a) La

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} + 3x & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Avgjør om f er kontinuert i $(0, 0)$.

- b) Gitt en funksjon $g(x, y)$ og et punkt (a, b) i definisjonsmengden til g . Vi definerer to nye en-variabelfunksjoner ved $h(x) = g(x, b)$ og $k(y) = g(a, y)$. Besvar følgende to spørsmål:
- Hvis $h(x)$ er kontinuerlig for $x = a$ og $k(y)$ er kontinuerlig for $y = b$, er da $g(x, y)$ kontinuerlig for $(x, y) = (a, b)$?
 - Hvis $g(x, y)$ er kontinuerlig i (a, b) , er da $h(x)$ kontinuerlig for $x = a$ og $k(y)$ kontinuerlig for $y = b$?

(Husk å begrunne svarene!)

Oppgave 3 Truls og Else flyr i varmluftballong. Vi tenker oss et koordinatsystem plassert slik at ballongen kan beskrives med likningene $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ og $z \geq -2\sqrt{3}$.

- a) Oppdriftsfeltet for ballongferden er gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = [x, y, z + 4]$. Tegn en skisse av varmluftballongen og beregn fluksen

$$\int \int_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$$

ut gjennom ballongoverflata S .

- b) Regn ut volumet begrenset av ballongoverflata og planet $z = -2\sqrt{3}$.

Oppgave 4 Oppe i luften oppstår et nærmest elektrisk felt

$$\mathbf{E} = \left[\frac{2x}{x^2 + y^2 + 1} + ze^x, \frac{2y}{x^2 + y^2 + 1} + 3z, e^x + 3y + 1 \right]$$

mellom Truls og Else. Vis at feltet er konservativt ved å finne en potensialfunksjon for \mathbf{E} .