Norges teknisk–
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Fagleg kontakt: Heidi Dahl (91695300)

Eksamen i fag MA1103 Flerdimensjonal analyse

Nynorsk
Onsdag 20. mai 2009
Kl. 09.00-13.00

Hjelpemiddel: Kalkulator HP30S eller Citizen SR-270X
Vedlagde formelark.

Alle svar skal grunngjevast. Lykke til!

Sensur fell 10. juni 2009.

Oppgåve 1

Avgjer om grenseverdiane eksisterer:

(i)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} e^{\left(\frac{x^2+y^2+x^2y}{x^2+y^2}\right)}$$

(ii)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4x^2y}{x^4+y^2}$$

Oppgåve 2

La $\mathcal{D}$ vere området i xy-planet avgrensa av kurva $(x-2)^2+y^2=4$. Teikn området $\mathcal{D}$ og rekn ut dobbeltintegralet $\iint_{\mathcal{D}} \sqrt{x^2+y^2}\,dA$.

Oppgåve 3

Temperaturen i eit punkt i xy-planet er gitt ved $T(x,y) = 6xy^2 - 2x^3 - 3y^4 + 16$ (målt i ^oC).

a) Finn alle kritiske punkt for funksjonen T.

b) Klassifiser alle kritiske punkt for funksjonen T.

c) Ein maur står i punktet $(1,0)$. Er det mogleg for mauren å krype i ei retning der han vil oppleve ein temperaturauke på $6\,^oC$ pr. lengeeining?

d) Ein annan maur kryp langs kurva $y = x^2 - 1$ med konstant fart $\frac{1}{6}$ lengdeeiningar pr. tidseining. Kor stor temperaturendring opplever mauren i det han passerer punktet $(1,0)$?

Oppgåve 4

Finn minste avstand frå origo til kurva $xy^2 = 54$.

Oppgåve 5

Gitt vektorfeltet $\mathbf{G}(x,y,z) = [0,\ xy+x^2z,\ x^2z-x^3-\frac{1}{6}y^2]$. Vis at for alle enkle, lukka, stykkevis glatte kurver $\mathcal{C}$ som ligg i planet $3x+y+z=7$ så gjeld

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{T}} ds = 0.$$

Oppgåve 6

La $\mathcal{R}$ vere området i rommet som ligg over paraboloiden $z = x^2+y^2-5$ og under halvkuleflata $z = \sqrt{25-x^2-y^2}$. Vi får opplyst at paraboloiden og kuleflata skjer kvarandre i planet $z=4$. La $\mathcal{S}$ vere overflata til $\mathcal{R}$ med einingsnormal $\hat{\mathbf{N}}$ retta ut av $\mathcal{R}$.

a) Finn volumet av området $\mathcal{R}$.

b) Rekn ut fluksintegralet $\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$ direkte, når

$$\mathbf{F}(x,y,z) = [\frac{y}{x^2+y^2+z^2} + x,\ y - \frac{x}{x^2+y^2+z^2},\ z].$$