Norges teknisk–
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Fagleg kontakt under eksamen: Heidi Dahl
Telefon: 7359 3464, mobil: 916 95 300

Eksamen i fag MA1103 Fleirdimensjonal analyse

Nynorsk
Torsdag 8. desember 2005
Kl. 09.00-13.00

Hjelpemiddel: Kalkulator HP30S
Alle svar skal grunngjevast. Lykke til!

Sensur fell 22.12.2005.

Oppgåve 1

a) Avgjer om grenseverdiane eksisterer:

(i)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2-x^3y^3}{x^2+y^2}$$

(ii)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4x^2y}{x^4+y^2}$$

b) Vis - ved å setje opp og rekne ut eit trippelintegral - at volumet av ei spiss kjegle med sirkelforma grunnflate og høgd h er gjeve ved $V = \frac{1}{3}Ah$, der $A = \pi R^2$ er arealet av grunnflata til kjegla. (R er radius i grunnflata.)

Oppgåve 2

a) Finn dei kritiske punkta til funksjonen $f(x,y) = e^{-2x^2-4xy-y^4}$.

b) Klassifiser dei kritiske punkta til funksjonen i a).

c) Finn maksimalverdien og minimalverdien til funksjonen $g(x, y) = (x - y)^5$ langs kurva $x^2 + y^2 = 1$.

Oppgåve 3

a) Formuler Greens teorem.

b) Rekn ut integralet

$$I = \int_C (-y^3 + 1)dx + (2x^3 + e^{y^2})dy,$$

der C er kurva

$$\begin{cases} x = & \frac{1}{\sqrt{2}}\cos t \\ y = & \sin t, \end{cases} \qquad 0 \le t \le \pi$$

Oppgåve 4

Vis at $\mathbf{F} = (e^x + xe^x)\ \hat{\mathbf{i}} + (z\cos y)\ \hat{\mathbf{j}} + \sin y\ \hat{\mathbf{k}}$ er eit konservativt felt, og rekn ut arbeidet $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{T}}\, ds$, der γ er ei vilkårleg glatt kurve frå $(0, 0, 0)$ til $(1, \frac{\pi}{2}, 2)$.

Oppgåve 5

a) Teikn området D i fyste kvadrant i xy-planet avgrensa av kurvene $y = x^2$, $y = 2x^2$, $x = y^2$ og $x = 4y^2$.
Teikn biletet av D i uv-planet under variabelskiftet $u = y/x^2$, $v = x/y^2$.

b) Rekn ut integralet $\iint_D dxdy$.