Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen: Kari Hag
(telefonnr 73 59 35 21, mobil 483 01 988)

Eksamen i MA1103 Flerdimensjonal analyse

Dato: Mandag 4. juni 2007
Tid: 09.00 - 13.00
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator (HP30S)
Vedlagt Formelark og Formelliste
Bokmål

Sensur: 25. juni 2007

Oppgave 1

Avgjør om grenseverdien

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

eksisterer.

Oppgave 2

La $f(x, y) = x^5y + xy^5 + xy$. Vis at f har ett kritisk punkt, og at dette er et sadelpunkt.

Oppgave 3

Finn maksimal- og minimalverdien til $f(x, y) = x^3y$ på sirkelen $x^2 + y^2 = 9$.

Oppgave 4

Beregn dobbeltintegralet

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 \sqrt{1+x^3}\,dxdy$$

ved å bytte om integrasjonsrekkefølgen.

Oppgave 5

La D være området i første oktant ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) begrenset av kuleflata $x^2+y^2+z^2=4$. Beregn trippelintegralet

$$\iiint_D 2z dV.$$

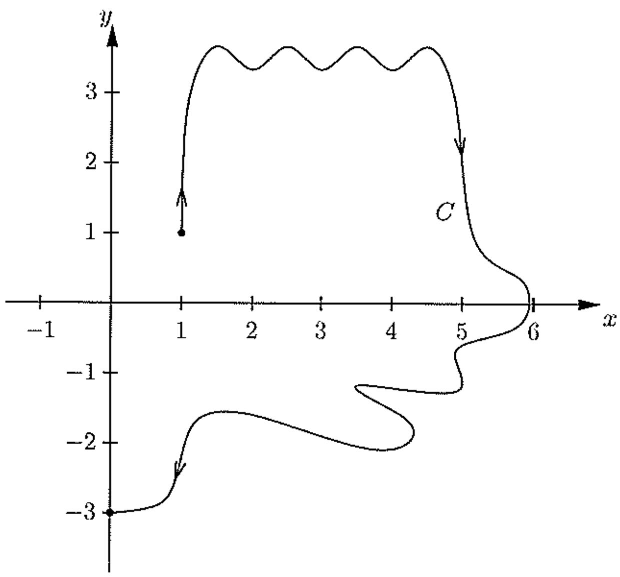
Oppgave 6

Finn buelengden av romkurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = < 2t^{3/2}, \cos(3t), \sin(3t) >, \quad 0 \leq t \leq 3.$$

Oppgave 7

Vis at $\mathbf{F} = 2xy\mathbf{i} + (x^2+y)\mathbf{j}$ er et konservativt felt, dvs. et gradientfelt. Hva blir verdien av linjeintegralet $\int_C \mathbf{F}\cdot\hat{\mathbf{T}}ds (= \int_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r})$ når C er kurven på figuren nedenfor?



Oppgave 8

La S være den delen av paraboloiden $z = 3 - x^2 - y^2$ som ligger over xy-planet. Beregn fluksen

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$$

ut gjennom S for $\mathbf{F} = < x, y, -z >$.

Oppgave 9

La S betegne overflata til kuben

$$E = \{(x, y, z) \colon 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1,\ 0 \leq z \leq 1,\}$$

Bruk divergensteoremet til å bestemme fluksen

$$\oiint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$$

ut gjennom S for $\mathbf{F} = < x + yz, y + xz, z + xy >$.

Oppgave 10

La $f(x, y)$ ha kontinuerlige partielle deriverte av første og annen orden i hele planet. Vis at dersom f er en harmonisk funksjon, dvs.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2,$$

så vil

$$\oint_C \frac{\partial f}{\partial x} dy = \oint_C \frac{\partial f}{\partial y} dx$$

for alle stykkevis glatte, enkle lukkede kurver C.