Midterm-eksamen i MA1201

Tirsdag 7/10-2003, 14.15-16.00

Oppgave 1: La A være matrisen $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ og la B være matrisen $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

Hva er $AB + B$?

A) $\begin{bmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 9 & 9 & 8 \\ 10 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 10 & 0 & 8 \\ 10 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 4 & 8 & 0 \\ 10 & 4 & 8 \\ 11 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 4 & 8 & 3 \\ 9 & 4 & 8 \\ 11 & \frac{1}{2} & 3 \end{bmatrix}$

Oppgave 2: Hva er redusert trappeform av 4×4-matrisen

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Oppgave 3: Hva er løsningen av ligningen $A\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{b}$ når

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ og } \underset{\sim}{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

A) $\underset{\sim}{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -9 \\ -5 \end{bmatrix}$ B) $\underset{\sim}{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ C) $\underset{\sim}{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ D) $\underset{\sim}{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix}$

Oppgave 4: Hvor mange løsninger har ligningen $A\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{0}$ når

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 3 & 7 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

A) Ingen B) Nøyaktig 1 C) Nøyaktig 2 D) Uendelig mange

Oppgave 5: Hva er determinanten til matrisen

$$\begin{bmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 2 & \sqrt{2} & -6 \\ -6 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

A) $330 + 24\sqrt{2}$ B) $330 - 24\sqrt{2}$ C) 330 D) $-24\sqrt{2}$

Oppgave 6: La $n > 1$, og la A, B og C være vilkårlige $n \times n$-matriser. Hvilke **2** av følgende utsagn er sanne?

A) A(BC) = (AB)C
B) A + I = A
C) AB = BA
D) A + B = B + A
E) Det fins en matrise A^{-1} slik at $AA^{-1} = I$

Oppgave 7: La A og B være inverterbare $n \times n$-matriser der $n > 1$. Hvilke **2** av følgende utsagn er sanne?

A) $(AB)^T = A^T B^T$
B) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$
C) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$
D) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
E) $\det(kA) = k\det(A)$ for hvert reelt tall k

Oppgave 8: La A være en $n \times n$-matrise. Hvilke **2** av de følgende utsagn er ekvivalent til at A er inverterbar?

A) Redusert trappeform av A er I (identitetsmatrisen)
B) $A\underline{x} = \underline{0}$ har minst én løsning
C) $\det(A) = 1$
D) $\det(A) = 0$
E) $A\underline{x} = \underline{b}$ har nøyaktig én løsning for enhver $n \times 1$-vektor $\underline{b}$

Oppgave 9: La P og Q være utsagn. Du skal vise at IKKE $P \Rightarrow Q$. Hvilket av følgende "bevis" er korrekt?

A) Anta at P er GALT, og vis at IKKE Q er RETT.
B) Anta at Q er GALT, og vis at IKKE P er RETT.
C) Anta at IKKE P er RETT, og vis at Q er RETT. Deretter, anta at Q er RETT, og vis at IKKE P er RETT.
D) Anta at IKKE Q er RETT, og vis at P er RETT.

Oppgave 10: La A være en $n \times n$-matrise slik at $A^T A = A^T$. Vi skal vise at A er symmetrisk. Hvilket av følgende bevis er korrekt?

A) Vi har $A^T = A$, og får da at $A = A^T = A^T A = AA = A^2$, og dermed er A symmetrisk.
B) Vi har $A^T A = A^T$. Vi får da at $A = (A^T)^T = (A^T A)^T = A^T (A^T)^T = A^T A = A^T$, og dermed er A symmetrisk.
C) Vi har $A^T A = A^T$. Ved å multiplisere med $(A^T)^{-1}$ til venstre på begge sider får vi $(A^T)^{-1} A^T A = (A^T)^{-1} A^T$, og dermed er $A = I$. Siden I er symmetrisk får vi da at A er symmetrisk.
D) Vi har $A^T A = A$. Vi får da $(A^T A)^2 = (A^T)^2 = (A^2)^T$, og dermed er A symmetrisk.