Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Tore August Kro (735) 93528

Midtsemesterprøve i MA1201

Mandag 10. oktober 2005
Tid: 15:15 – 17:00

Hjelpemidler:
Ingen hjelpemidler.

Oppgave 1

Hva er $(-1+i)^3$?

A $3-3i$ B $2\sqrt{2}$ C $-2+4i$ D $-1-i$ E $2+2i$

Oppgave 2

Hvilken matrise er ikke på redusert trappeform?

A $\begin{bmatrix}1&0&0&5\\0&1&0&3\\0&0&1&0\end{bmatrix}$ B $\begin{bmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ C $\begin{bmatrix}1&4\\0&0\\0&0\end{bmatrix}$

D $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ E $\begin{bmatrix}1&7&0&2&7\\0&0&1&5&1\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$

Oppgave 3

Hva er redusert trappeform til matrisen $\begin{bmatrix} 0 & 9 & -9 & -2 & 4 \\ 2 & 7 & -1 & -1 & 9 \\ 1 & 7 & -4 & -1 & 8 \end{bmatrix}$?

A $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ B $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & \frac{3}{7} \end{bmatrix}$ C $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$

D $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ E $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -11 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Oppgave 4

Hvilket av alternativene under angir en løsning for ligningssystemet

$$\begin{array}{cccccl} x_1 & -x_2 & +5x_3 & +3x_4 & +2x_5 & = 8 \\ 4x_1 & -2x_2 & +3x_3 & +2x_4 & -x_5 & = 0 \\ 3x_1 & -x_2 & -2x_3 & +x_4 & & = 6 \end{array} \quad ?$$

A $x_1 = 3$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$, $x_4 = -2$ og $x_5 = 6$.

B $x_1 = 2$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $x_4 = -1$ og $x_5 = 8$.

C $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 5$, $x_4 = -7$ og $x_5 = -1$.

D $x_1 = 4$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -1$ og $x_5 = -1$.

E $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = -2$, $x_4 = 4$ og $x_5 = 3$.

Oppgave 5

Hvilken matrise har trase lik 5?

A $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ B $\begin{bmatrix} 7 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 8 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ C $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

D $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ E $\begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

Oppgave 6

La A være $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 5 & -5 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ og B være $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$. Hva er da $(A+6I)^T B$?

A $\begin{bmatrix} 9 & 10 \\ 3 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ B $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$ C $\begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 13 & -23 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

D $\begin{bmatrix} -3 & 16 \\ 3 & -17 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$ E $\begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 13 & -5 \\ 9 & -5 \end{bmatrix}$

Oppgave 7

Hva er determinanten til $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 7 & -13 & 0 \\ -3 & 0 & 5 & -1 \end{bmatrix}$?

A $\frac{13}{2}$ B -3 C 492 D 0 E 24

Oppgave 8

La A være matrisen $\begin{bmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 3 & -4 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Hva er A^{-1}?

A $\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 8 & 12 \end{bmatrix}$ B $\begin{bmatrix} -3 & -5 & -8 \\ -1 & -2 & -3 \\ -5 & -8 & -12 \end{bmatrix}$ C $\begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -1 \\ -\frac{7}{3} & -\frac{8}{3} & -4 \end{bmatrix}$ D $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

E A er ikke inverterbar.

Oppgave 9

Hvilken påstand er rett?

- A Alle elementære matriser er på trappeform.
- B Dersom B er en triangulær $n \times n$ matrise og D er en diagonal $n \times n$ matrise, så er $BD = DB$.
- C Alle symmetriske matriser er inverterbare.
- D For enhver kvadratisk matrise A er $\det(A^T A) \geq 0$.
- E Dersom B er triangulær, så er $\mathrm{tr}(B) = \det(B)$.

Oppgave 10

La A være en $n \times n$ matrise. Hvilken påstand er ikke ekvivalent til de fire andre?

- A A er singulær.
- B Redusert trappeform til A har minst en rad med 0'er.
- C $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har ikketrivielle løsninger.
- D $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har uendelig mange løsninger for alle $n \times 1$ matriser $\mathbf{b}$.
- E $\det(A) = 0$.