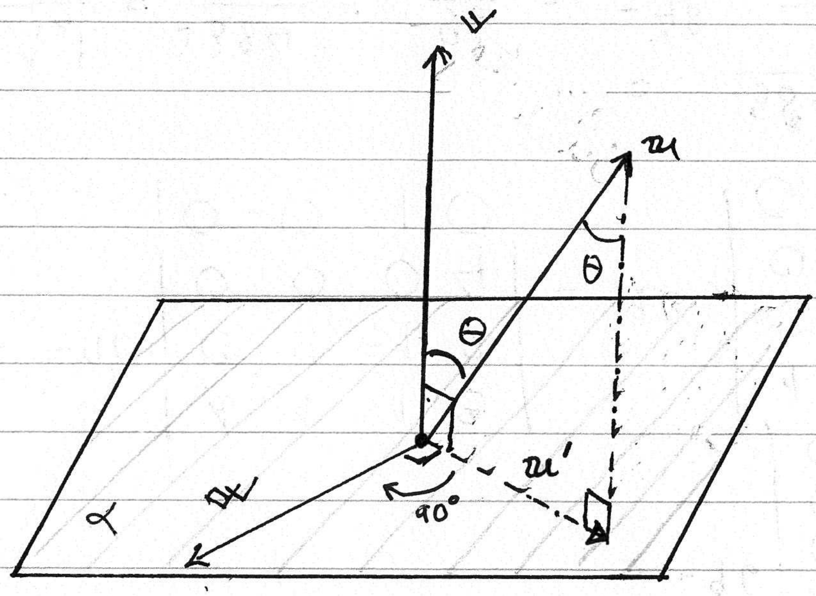
Illustrasjon av $u \times v$



Planet α er $\perp$ v. u' er projeksjonen av u ned i planet.

Vi avsetter vektoren w i planet s.a. $w \perp$ planet som bestemmes av u' og v og s.a.

$$w = u' \times v$$

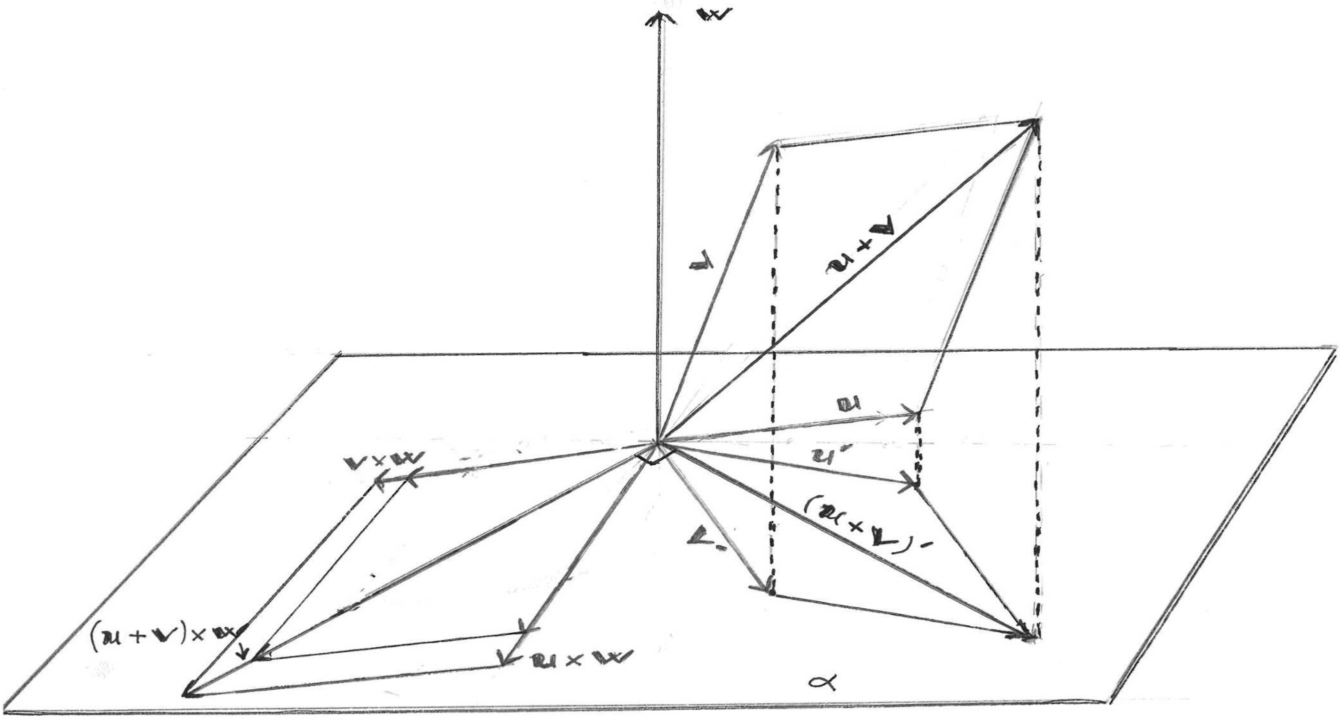
Slik vi har angitt på figuren utgjør da u', v og w et høyresystem slik de skal i følge definisjonen. Vi skal dessuten ha

$$\|w\| = \|u'\| \cdot \|v\| \sin \frac{\pi}{2}$$
$$= \|u'\| \cdot \|v\| = \|u\| \sin \Theta \, \|v\| = \|u \times v\|$$

Vi ser dessuten at u, v, w danner et høyresystem. Altså

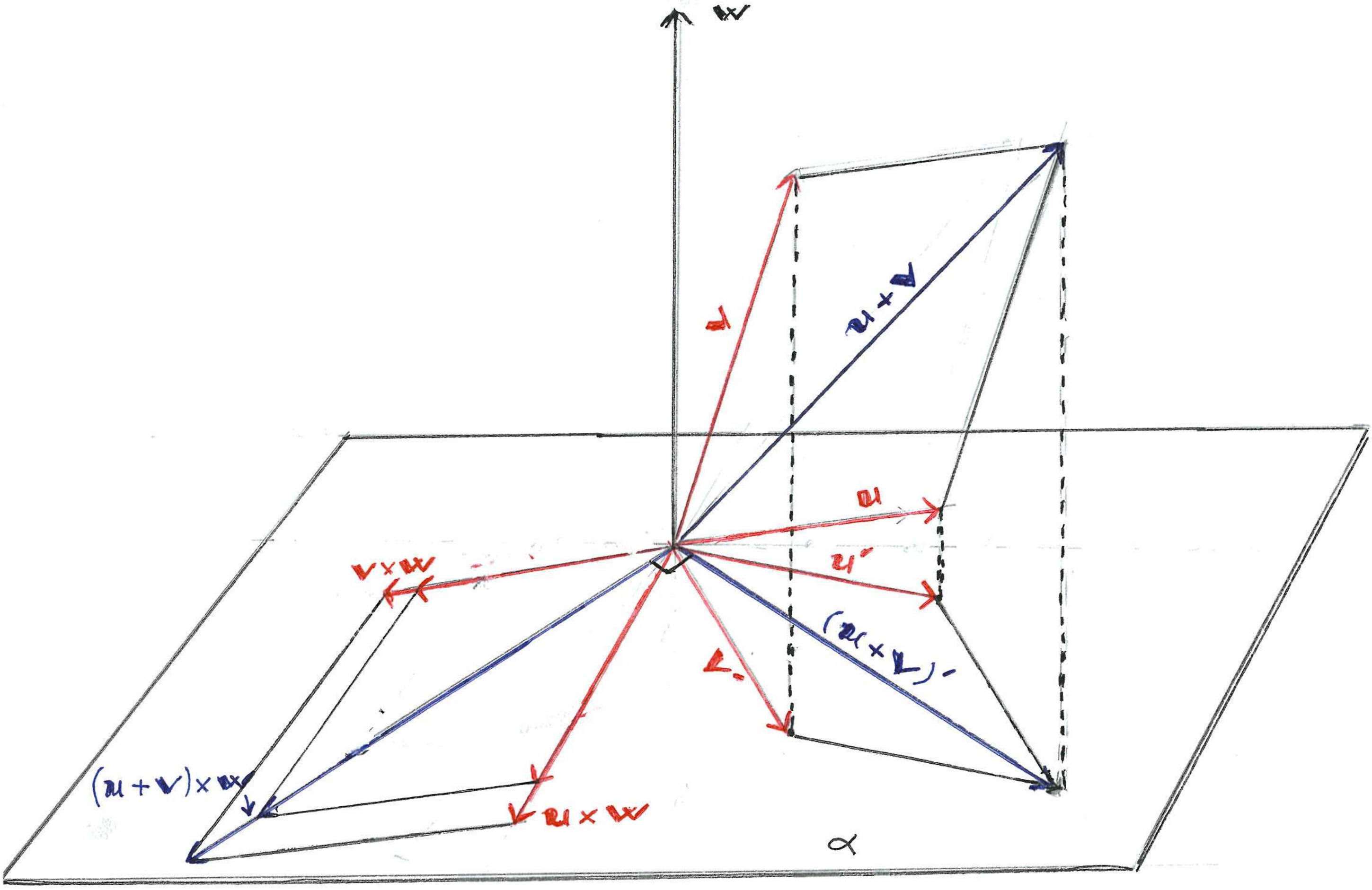
$$\underline{\underline{w = u \times v}}$$

Bevis for: $(\mathbf{u}+\mathbf{v})\times\mathbf{w} = (\mathbf{u}\times\mathbf{w}) + (\mathbf{v}\times\mathbf{w})$



Forklaring: α er planet $\perp \mathbf{w}$. $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ danner et parallellogram med $\mathbf{u}+\mathbf{v}$ som diagonal. Hele parallellogrammet projiseres ned i α der vi får parallellogram dannet av $\mathbf{u}', \mathbf{v}'$ med diagonalen $\mathbf{u}'+\mathbf{v}'$. Dette siste parallellogram dreies 90° med urviseren i planet α. Tilslutt multipliseres alle vektorene i dette siste parallellogrammet med $\|\mathbf{w}\|$. Det parallellogrammet som framkommer til slutt har da sider som er henholdsvis $\mathbf{u}\times\mathbf{w}$ og $\mathbf{v}\times\mathbf{w}$, mens diagonalen blir $(\mathbf{u}+\mathbf{v})\times\mathbf{w}$.

Dette beviser påstanden øverst.


w
v
u + v
u
u'
v × w
(u + v)'
v'
(u + v) × w
u × w
α