# VEKTOR-PRODUKTET

**DEFINISJON:**

For to vektorer $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ i $\mathbb{R}^3$ defineres <u>vektorproduktet</u> (<u>kryss-produktet</u>)

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v}$$

på fölgende måte:

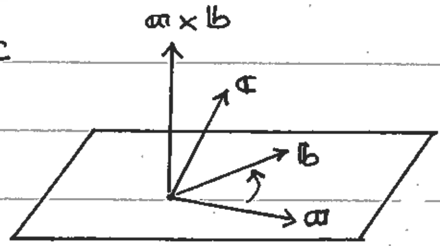
(i) Hvis $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ ikke er parallelle og ingen av dem er lik $\mathbf{0}$, er $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ en vektor i $\mathbb{R}^3$ med fölgende egenskaper:

1. $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ står vinkelrett på både $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$,
2. $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ skal utgjöre et höyresystem,
3. $\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\| = \|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{v}\| \sin \theta$, der $\theta$ er vinkelen mellom $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ slik at $0 < \theta < \pi$.

(ii) Hvis $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ er parallelle eller minst en av dem er lik $\mathbf{0}$, defineres

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{0}.$$

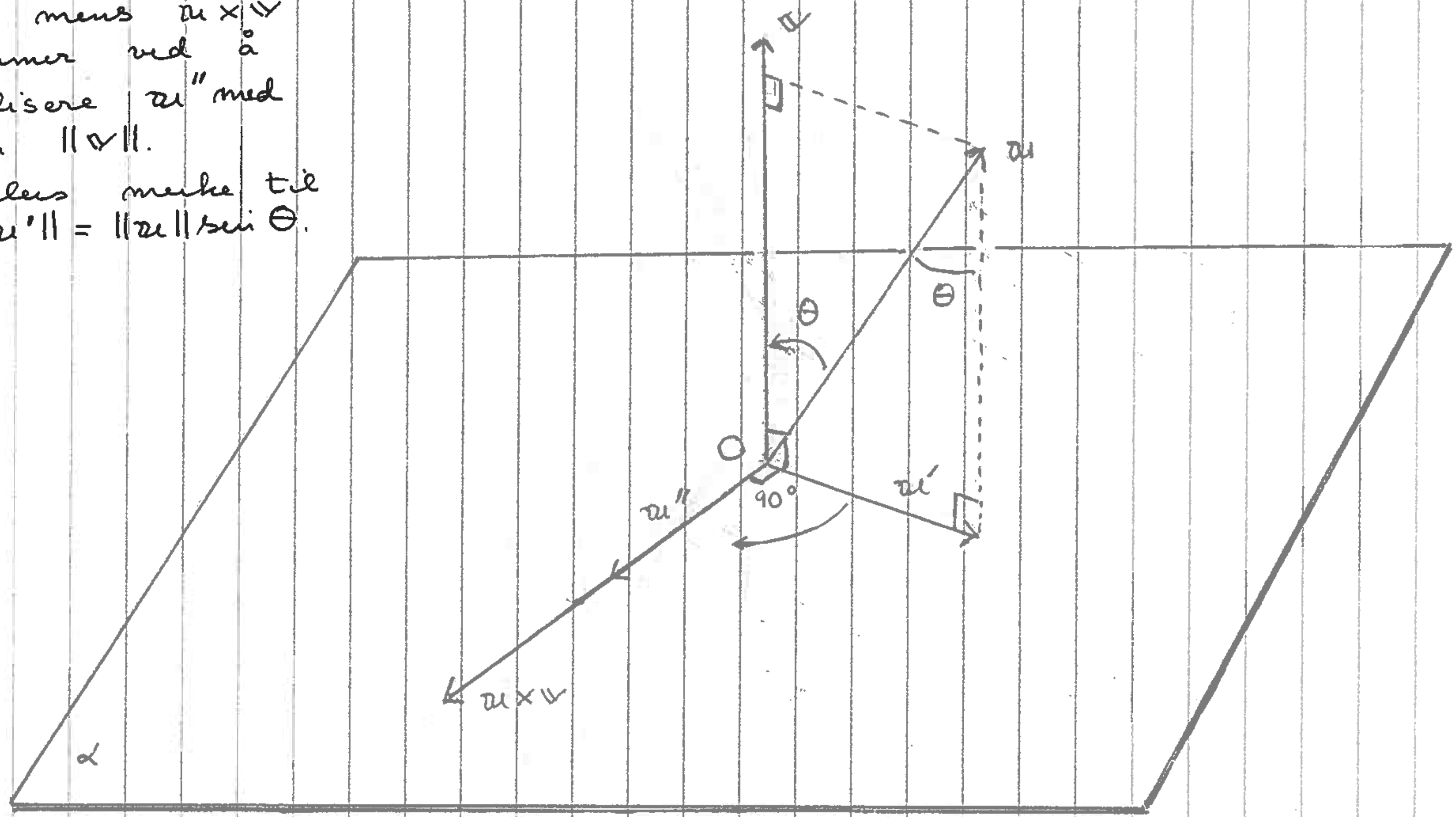
## HVA ER ET HØYRESYSTEM?

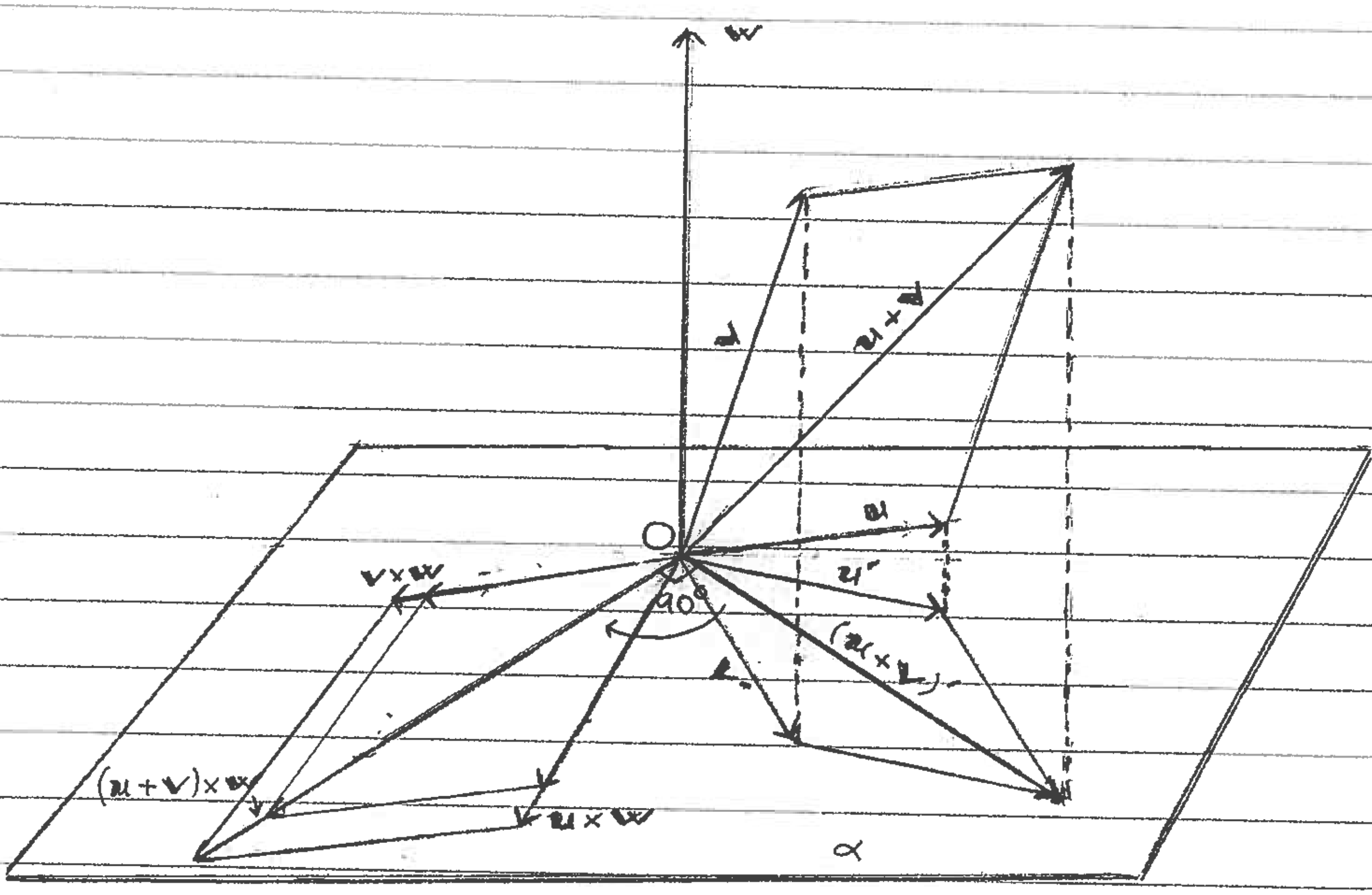



De tre vektorene $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ danner et höyresystem dersom det er slik at om man legger höyre hånd med fingrene i $\mathbf{a}$'s retning og slik at fingrene kan krümmes over mot $\mathbf{b}$, slik pilen på figuren angir, skal $\mathbf{c}$ peke i den retning tommelfingeren angir. På vår figur danner såvel $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ som $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ höyresystem. (Se fig. 3.5.3 boken)

## Konstruksjon av $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$.

**FORKLARING:**
På figuren er $\mathbf{u}'$ vektorprojeksjonen av $\mathbf{u}$ ned i planet $\alpha$ som er $\perp$ på $\mathbf{v}$. $\mathbf{u}''$ framkommer ved å dreie $\mathbf{u}'$ i planet $\frac{\pi}{2}$ med urviseren, mens $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ framkommer ved å multiplisere $\mathbf{u}''$ med skalaren $\|\mathbf{v}\|$.
Legg ellers merke til at $\|\mathbf{u}'\| = \|\mathbf{u}\| \sin \theta$.






Bevis for:

$$(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times \mathbf{w} = (\mathbf{u} \times \mathbf{w}) + (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$$

**~~FORKLARING:~~**

1. Parallellogrammet der $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ er sider og $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ er diagonal projiseres ned i planet $\alpha$ og gir et nytt parallellogram.
2. Sistnevnte parallellogram dreies $90°$ med urviseren i planet $\alpha$.
3. Alle sider i parallellogrammet multipliseres med skalaren $\|\mathbf{w}\|$.