Oppgave 1 Løs ligningssystemet

$$\begin{aligned} 6x + 2y + 6z &= 2 \\ 3x + 4y + 4z &= 2 \\ 3x + 6y + 5z &= 3 \end{aligned}$$

$$x = \boxed{-\tfrac{2}{3}}, \qquad y = \boxed{0}, \qquad z = \boxed{1}.$$

Oppgave 2 Finn den inverse av

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$A^{-1} = \boxed{\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}}.$$

Oppgave 3 Finn determinanten av

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

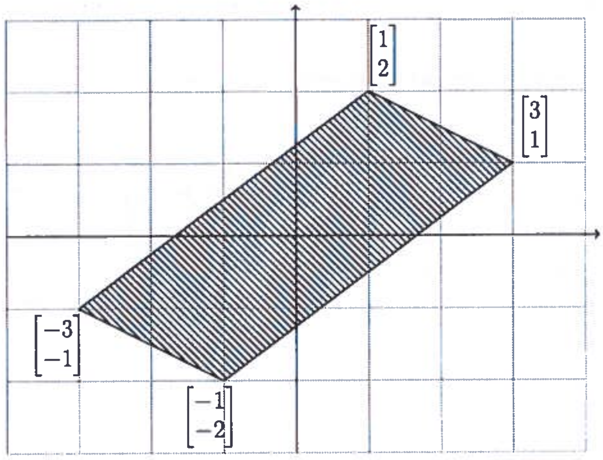
$$\det A = \boxed{29}.$$

Oppgave 4 Finn en basis for løsningsrommet til

$$x + 2y + z = 0.$$

En basis er gitt ved $\boxed{\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}$.

Oppgave 5 Finn arealet til parallellogrammet i skissen.



Arealet er $\boxed{10}$.

Oppgave 6 Hvilke utsagn stemmer for alle lineære ligningssystemer $A\vec{x} = \vec{b}$?

a) Ligningssystemet har minst en løsning. sant ☐ usant ☒

b) Om ligningssystemet har minst 2 forskjellige løsninger, så har det uendelig mange løsninger. sant ☒ usant ☐

c) $\vec{x} = \vec{0}$ er en løsning hvis og bare hvis $\vec{b} = \vec{0}$. sant ☒ usant ☐

d) Om antall variable er likt antall ligninger (dvs. om A er kvadratisk) så fins det nøyaktig én løsning. sant ☐ usant ☒

e) Om $A = A^{\mathrm{T}}$ så er $\vec{x} = \vec{b}$ en løsning. sant ☐ usant ☒

Oppgave 7 Er de følgende utsagn sanne for alle $m \times n$-matriser A?

a) A er inverterbar hvis og bare hvis det fins B slik at $AB = I_m$. sant ☐ usant ☒

b) A er inverterbar hvis og bare hvis $n = m$. sant ☐ usant ☒

c) A er inverterbar hvis og bare hvis ligningssystemet $A\vec{x} = \vec{b}$ alltid har nøyaktig én løsning.

sant ☒ usant ☐

d) A er inverterbar hvis og bare hvis ligningssystemet $A\vec{x} = \vec{0}$ er løsbart.

sant ☐ usant ☒

e) A er inverterbar hvis og bare hvis A^{T} er inverterbar.

sant ☒ usant ☐

Oppgave 8 Hvilke utsagn stemmer for alle $n \times n$-matriser A og B?

a) Hvis A har tre like rader så er $\det A = 0$. sant ☒ usant ☐

b) Hvis A er inverterbar så er $\det A \neq 0$. sant ☒ usant ☐

c) $\det A^{\mathrm{T}} = (\det A)^{-1}$. sant ☐ usant ☒

d) $\det(A + B) = \det A + \det B$. sant ☐ usant ☒

e) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$. sant ☒ usant ☐

Oppgave 9 Hvilke av de følgende ligninger gjelder for alle $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$?

a) $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$. sant ☒ usant ☐

b) $(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w} = \vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$. sant ☐ usant ☒

c) $(\vec{u} \bullet \vec{v})\vec{w} = (\vec{w} \bullet \vec{v})\vec{u}$. sant ☐ usant ☒

d) $\vec{u} \bullet (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{v} \bullet (\vec{w} \times \vec{u})$. sant ☒ usant ☐

e) $\vec{u} \bullet (\vec{v} \times \vec{w}) + (\vec{w} \times \vec{v}) \bullet \vec{u} = 0$. sant ☒ usant ☐

Oppgave 10 Finn ut om de følgende delmengder av $\mathbb{R}^3$ er underrom.

a) $\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid x_3 = 0\}$. sant ☒ usant ☐

b) $\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid x_3 = 1\}$. sant ☐ usant ☒

c) $\left\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \vec{0}\right\}$. sant ☒ usant ☐

d) $\left\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} \bullet \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0\right\}$. sant ☒ usant ☐

e) $\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid x_1^2 = x_2^2\}$. sant ☐ usant ☒