



Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA1201/MA6201 Lineær algebra**

Faglig kontakt under eksamen: Torkil Stai

Tlf: 47638459

Eksamensdato: 3. august 2015

Eksamenstid (fra-til): 09:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon:

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

E.L.

Dato

23/7-15

Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Oppgave 1 Se på matrisen

$$A_t = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & t \\ 1 & t & t \end{bmatrix}$$

over de reelle tallene $\mathbb{R}$.

a) For hvilke verdier av $t \in \mathbb{R}$ er matrisen A_t inverterbar?

b) Nå velger vi $t = -3$. Finn alle løsninger av

$$A_{-3}\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

når $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$.

Oppgave 2 Se på matrisen

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ -3 & -6 & 3 \end{bmatrix}$$

over de reelle tallene $\mathbb{R}$.

a) Finn rangen til B .

b) Finn en basis for kolonnerommet (som underrom av $\mathbb{R}^2$) og en basis for radrommet (som underrom av $\mathbb{R}^3$) til B .

c) Finn en basis for nullrommet til B , når vi betrakter B som en lineærtransformasjon $B: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$.

Oppgave 3 Undersøk kjeglesnittet gitt ved ligningen

$$2\sqrt{3}xy - 2y^2 = 4.$$

Lag en skisse.

(En fullstandig løsning vil innebære informasjon om hva slags kjeglesnitt det er (ellipse, parabel, hyperbel), koordinatene til punktene der hovedaksene møter kurven, samt lengden av halvaksene eller ligningene til asymptotene om de finnes.)

Oppgave 4 Avgjør om de følgende påstandene er sanne for alle matriser A . Hvis påstanden er sann, gi et bevis. Hvis ikke, gi et moteksempel.

- a) Summen $A + A^T$ er definert og symmetrisk.
- b) Produktet AA^T er definert og symmetrisk.

Oppgave 5 La $z = a + bi$ være et ekte komplekst tall ($a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$).

- a) Vis at z er en løsning av ligningen

$$X^2 - 2aX + (a^2 + b^2) = 0.$$

- b) Finn en reell 2×2 -matrise A slik at z er en egenverdi av A . Hva er den andre egenverdien av A ?

Oppgave 6 La A og B være inverterbare 2×2 -matriser slik at $AB = -BA$ over de komplekse tallene. Vis at både A og B er diagonaliserbare.