Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Magnus B. Landstad
Telefon: 73 59 17 53

MNFMA 108, Lineær Algebra

Bokmål
Onsdag 21.mai 2003
Kl. 9-15
Hjelpemidler: Ingen.
Sensur: Onsdag 11. juni 2003

Oppgave 1

a) Finn den inverse til matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

b) La N være matrisen

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & 7 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 7 & -1 \end{bmatrix}$$

Finn rang og nullitet av N

c) Finn en basis for Null (N).

Oppgave 2

a) La $Q(x,y) = 7x^2 + 3y^2 - 2xy$.
Avgjør hva slags kurve $Q(x,y) = 1$ er. Begrunn svaret.

b) Finn maksimums- og minimumsverdien til $Q(x,y)$ når $x^2 + y^2 = 1$.

Oppgave 3

Finn ligningen $y = ax + b$ som best approksimerer – i henhold til minste kvadraters metode – følgende datapunkter $(x_i, y_i) : (-1,0), (0,1), (1,2), (2,4)$.

Oppgave 4

La t være et reelt tall og se på matrisen

$$A_t = \begin{bmatrix} t & 0 & 1 \\ 0 & 1 & t \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Drøft hvordan rang (A_t) varierer med t.

b) For hvilke t har likningssystemet

$$A_t \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ 1+t \end{bmatrix}$$

(i) nøyaktig en løsning,

(ii) ingen løsning,

(iii) uendelig mange løsninger.

Oppgave 5

La A være matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Finn egenverdiene til A og en basis for $\mathbf{C}^2$ som diagonaliserer A.

Oppgave 6

La $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ være en lineært uavhengig mengde i et vektorrom V. Vis at da er også

$$\{\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_2 + 2\mathbf{v}_3, \mathbf{v}_3\}$$

lineært uavhengig.