NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET

Bokmål

EKSAMEN I MA108 - LINEÆR ALGEBRA

Dato: 3. juni 1996 Antall timer: 6

Antall vekttall: 5
Antall sider bokmål: 3
Antall sider nynorsk: 3
Antall vedlegg: 0

Tillatte hjelpemidler:
Utdelt kalkulator

Sensurdato: 24. juni 1996

Oppgave 1

a) Bevis at en 3x3-matrise er ortogonal hvis og bare hvis radvektorene til matrisen danner en ortonormal mengde.

La matrisen P være gitt ved

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

b) Vis at P er ortogonal.
c) Finn P^{-1}.
d) Finn en 3x3-matrise A som har egenverdiene 6, 12 og 18 og egenvektorene (1, 1, 1), (2, -1, -1) og (0, 1, -1).

Oppgave 2

La U være mengden av alle $(u_1, u_2, u_3, u_4) \in R^4$ som er slik at $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 0$.
a) Vis at U er et underrom av R^4.
b) Vis at $B = \{(1, -1, 0, 0), (1, 0, -1, 0), (1, 0, 0, -1)\}$ er en basis for U.
c) Finn en basis B' for U som er ortogonal med hensyn på det euklidske indreproduktet for R^4.
d) Finn det punktet i U som har kortest avstand til punktet (1, 0, 0, 0).
e) Finn overføringsmatrisen fra basis B til basis B'.
f) Finn koordinatene til (1, 2, 3, -6) både i basis B og i basis B'.

Oppgave 3

En kantine har 310 faste middagsgjester. På kantinen blir det servert en kjøttrett, en fiskerett og en pastarett. Av de som en dag spiser kjøttretten, velger 20 % kjøttretten neste dag, 40 % velger fiskeretten og 40 % velger pastaretten. Av de som en dag spiser fiskeretten, velger 50 % kjøttretten og 50 % pastaretten neste dag. Av de som en dag spiser pastaretten, velger 40 % kjøttretten, 30 % fiskeretten og 30 % pastaretten neste dag.
Hvor mange gjester spiser kjøttretten, fiskeretten og pastaretten etter en tid?

Oppgave 4

Bruk minste kvadraters metode til å finne likningen for den rette linja som passer best til datasettet

x	0	1	2	3	4
y	-1	2	3	5	6

Oppgave 5

La matrisen A være gitt ved

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix}$$

a) Undersøk om A er hermittisk, unitær eller normal.

b) Er matrisen A unitært diagonaliserbar? Begrunn svaret.

c) Finn egenverdiene og egenvektorene til A.

d) Finn om mulig en unitær matrise P som diagonaliserer A.

e) Bevis at alle egenverdiene til en hermittisk matrise er reelle.

Merk: Ved hjelp av tastafon vil du kunne få opplysninger om sensur i egne fag og emner. Ring 815 48014 og følg de anvisningene som blir gitt.