



MA1202 Lineær algebra med anvendelser, våren 2009

Øving 11

Veiledning: Uke 17

Se hjemmesiden for tidene tilhørende de ulike gruppene.

Fra Anton og Rorres *Elementary Linear Algebra*

Avsnitt 10.4: 1a,b, 2, 9a,b, 12, 13, 27

Eksamen våren 2007: oppgave 3.

Ekstra:

Obs: langt på siden av alt som heter pensum.

Her skal vi undersøke muligheten for å benytte andre skalarer enn de reelle og de komplekse tall.

La \mathbb{F}_2 være mengden $\{0, 1\}$. Vi definerer operasjonene $+$ og \cdot på F ved

$$0 + 0 = 1 + 1 = 0 \quad \text{og} \quad 0 + 1 = 1 + 0 = 1$$

$$0 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0 \quad \text{og} \quad 1 \cdot 1 = 1.$$

\mathbb{F}_2 utstyrt med disse operasjonene kalles en *kropp*. Hovedsaken er at vi kan benytte oss av \mathbb{F}_2 som skalarer for vektorrom. Nesten alle resultater for reelle vektorrom lar seg overføre til vektorrom med \mathbb{F}_2 som skalarer; lineær uavhengighet, basis, dimensjon, matriser, diagonalisering, determinanter, karakteristiske polynom o.s.v. (Det fungerer ikke så godt å betrakte indreprodukter. Positivitetsaksiomet gir en del problemer.)

La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

være en \mathbb{F}_2 -matrise. Bruk regnereglene i \mathbb{F}_2 til å svare på følgende spørsmål:

- (i) Beregn det karakteristiske polynomet til A . (Hva blir det karakteristiske polynomet til A dersom vi betrakter den som en reell matrise? Bli ikke overrasket om du får to ulike svar.)
- (ii) Hva er egenverdiene til A ?
- (iii) Finn egenvektorene til A .
- (iv) Finn basiser for radrommet og nullrommet til A , og sjekk at A oppfyller dimensjonsteoremet.
- (v) Bruk den vanlige algoritmen til å finne en basis for kolonnerommet til A . Undersøk om dette virkelig gir en basis for kolonnerommet til A .