Kvadratiske flater

– en oversikt over forskjellige klasser

Lars Sydnes
sydnes@math.ntnu.no

Institutt for matematiske fag

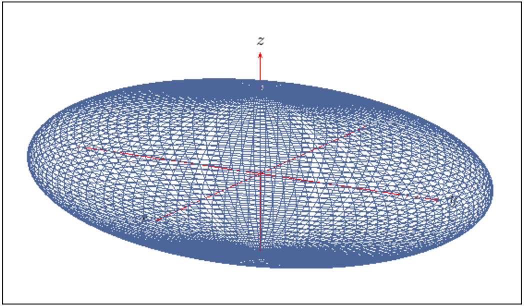
March 9, 2009

Ellipsoiden

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} + \frac{z^2}{n^2} = 1$$

Ellipsoiden

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} + \frac{z^2}{n^2} = 1$$



Degenererte "ellipsoider" I

Punkt

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} + \frac{z^2}{n^2} = 0$$

i.e. $x = y = z = 0$

Degenererte "ellipsoider" I

Punkt

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} + \frac{z^2}{n^2} = 0$$

i.e. $x = y = z = 0$

Linje

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} = 0$$

i.e. $x = y = 0$. Dette er en lignig for z-aksen

Degenererte "ellipsoider" I

Punkt

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} + \frac{z^2}{n^2} = 0$$

i.e. $x = y = z = 0$

Linje

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} = 0$$

i.e. $x = y = 0$. Dette er en lignig for z-aksen

Plan

$$\frac{x^2}{l^2} = 0$$

i.e. $x = 0$. Dette beskriver yz-planet.

Degenererte "ellipsoider" I

Punkt

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} + \frac{z^2}{n^2} = 0$$

i.e. $x = y = z = 0$

Linje

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} = 0$$

i.e. $x = y = 0$. Dette er en lignig for z-aksen

Plan

$$\frac{x^2}{l^2} = 0$$

i.e. $x = 0$. Dette beskriver yz-planet.

Disse kan fremkomme som degenererte utgaver flere flater.

Degenererte "ellipsoider" II

To parallelle plan

$$x^2 = a^2$$

Degenererte "ellipsoider" II

To parallelle plan

$$x^2 = a^2$$

Elliptisk sylinder

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} = 1$$

Her varierer altså z fritt.

Degenererte "ellipsoider" II

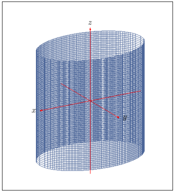
To parallelle plan

$$x^2 = a^2$$

Elliptisk sylinder

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} = 1$$

Her varierer altså z fritt.



Hyperboloider I

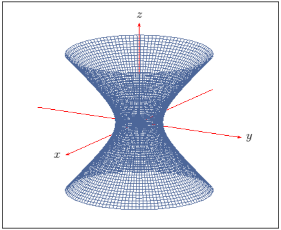
Sammenhengende hyperboloide

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} - \frac{z^2}{n^2} = 1$$

Hyperboloider I

Sammenhengende hyperboloide

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} - \frac{z^2}{n^2} = 1$$



Hyperboloider II

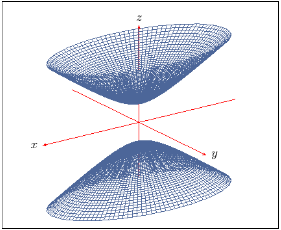
Todelt hyperboloide

$$-\frac{x^2}{l^2} - \frac{y^2}{m^2} + \frac{z^2}{n^2} = 1$$

Hyperboloider II

Todelt hyperboloide

$$-\frac{x^2}{l^2} - \frac{y^2}{m^2} + \frac{z^2}{n^2} = 1$$



Degenererte hyperboloider I

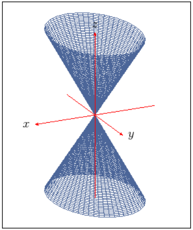
Elliptisk kjegle

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} - \frac{z^2}{n^2} = 0$$

Degenererte hyperboloider I

Elliptisk kjegle

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2} - \frac{z^2}{n^2} = 0$$



Degenererte hyperboloider II

Hyperbolsk sylinder

$$\frac{x^2}{l^2} - \frac{y^2}{m^2} = 1$$

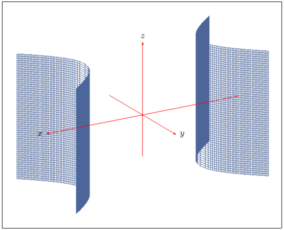
Skjæringen med xy-planet er en hyperbel. z varierer fritt

Degenererte hyperboloider II

Hyperbolsk sylinder

$$\frac{x^2}{l^2} - \frac{y^2}{m^2} = 1$$

Skjæringen med xy-planet er en hyperbel. z varierer fritt



Degenererte hyperboloider III

To ikkeparallelle plan

$$\frac{x^2}{l^2} - \frac{y^2}{m^2} = 0$$

Denne ligningen er ekvivalent med at $x/l + y/m = 0$ eller $x/l - y/m = 0$. Dette er ligningene for to plan.

Paraboloider I

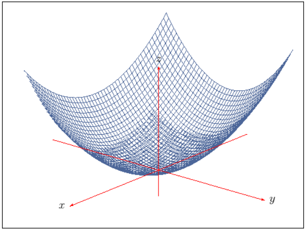
Elliptisk paraboloide

$$z = \frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2}$$

Paraboloider I

Elliptisk paraboloide

$$z = \frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{m^2}$$



Paraboloider II

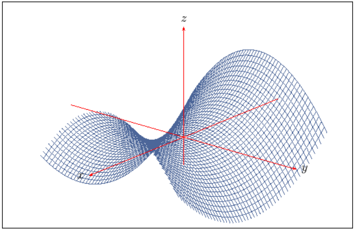
Hyperbolsk paraboloide

$$z = \frac{x^2}{l^2} - \frac{y^2}{m^2}$$

Paraboloider II

Hyperbolsk paraboloide

$$z = \frac{x^2}{l^2} - \frac{y^2}{m^2}$$



Paraboloider III

Parabolsk sylinder

$$z = \frac{x^2}{l^2}$$

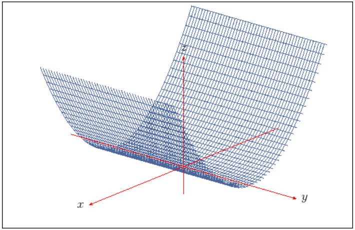
Her varierer altså y fritt.

Paraboloider III

Parabolsk sylinder

$$z = \frac{x^2}{l^2}$$

Her varierer altså y fritt.



Konklusjon

Vi har sett at det finnes 14 ulike relle kvadratiske flater, og vi har sett på standardligningene for disse.

Konklusjon

Vi har sett at det finnes 14 ulike relle kvadratiske flater, og vi har sett på standardligningene for disse.
Vi skal se hvordan en villkårlig kvadratisk ligning i variablene x, y, z

$$ax^2 + by^2 + cy^2 + 2dxy + 2exz + 2fxy + gx + hy + iz + j = 0$$

beskriver en flate som tilhører en av klassene over. Kunsten er uttykke flaten i riktig koordinatsystem. Når vi er stilt overfor et slikt uttrykk, skal vi enten

Konklusjon

Vi har sett at det finnes 14 ulike relle kvadratiske flater, og vi har sett på standardligningene for disse.
Vi skal se hvordan en villkårlig kvadratisk ligning i variablene x, y, z

$$ax^2 + by^2 + cy^2 + 2dxy + 2exz + 2fxy + gx + hy + iz + j = 0$$

beskriver en flate som tilhører en av klassene over. Kunsten er uttykke flaten i riktig koordinatsystem. Når vi er stilt overfor et slikt uttrykk, skal vi enten

- finne gode koordinater, og komme frem til en ligning på standardform, eller

Konklusjon

Vi har sett at det finnes 14 ulike relle kvadratiske flater, og vi har sett på standardligningene for disse.
Vi skal se hvordan en villkårlig kvadratisk ligning i variablene x, y, z

$$ax^2 + by^2 + cy^2 + 2dxy + 2exz + 2fxy + gx + hy + iz + j = 0$$

beskriver en flate som tilhører en av klassene over. Kunsten er uttykke flaten i riktig koordinatsystem. Når vi er stilt overfor et slikt uttrykk, skal vi enten

- finne gode koordinater, og komme frem til en ligning på standardform, eller
- på en indirekte måte klassifisere flaten.

Konklusjon

Vi har sett at det finnes 14 ulike relle kvadratiske flater, og vi har sett på standardligningene for disse.
Vi skal se hvordan en villkårlig kvadratisk ligning i variablene x, y, z

$$ax^2 + by^2 + cy^2 + 2dxy + 2exz + 2fxy + gx + hy + iz + j = 0$$

beskriver en flate som tilhører en av klassene over. Kunsten er uttykke flaten i riktig koordinatsystem. Når vi er stilt overfor et slikt uttrykk, skal vi enten

- finne gode koordinater, og komme frem til en ligning på standardform, eller
- på en indirekte måte klassifisere flaten.

SLUTT!