



Faglig kontakt under eksamen:
Finn Knudsen tlf. 73 59 35 23
Eldar Straume tlf. 73 59 66 83

EKSAMEN I MA217 VIDEREGÅENDE DISKRET MATEMATIKK

Bokmål

Onsdag 9. januar 2002

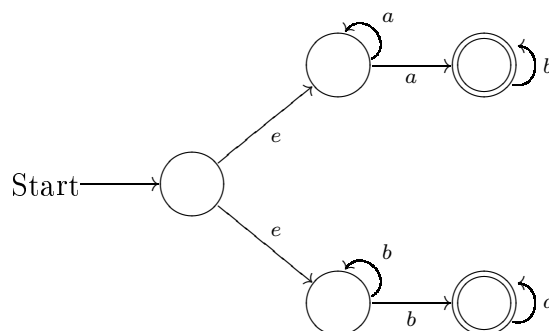
Kl. 9–14

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP 30S).

Sensuren faller 30. januar 2002.

Alle svar skal begrunnes, og det skal gå klart fram hvordan svarene er oppnådd.

Oppgave 1 En ikkedeterministisk endelig automat N er gitt ved grafen under.



- Finn et regulært uttrykk for $L(N)$.
- Finn en deterministisk endelig automat N_0 som gjenkjenner det samme språket som N , og tegn grafen til N_0 .

Oppgave 2 En deterministisk endelig automat $M = \{K, \Sigma, \delta, q_0, \{q_5\}\}$ er gitt ved at $K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ og δ gitt på tabellform.

$$\delta = \begin{array}{c|cc} & a & b \\ \hline q_0 & q_1 & q_2 \\ q_1 & q_3 & q_1 \\ q_2 & q_4 & q_1 \\ q_3 & q_5 & q_4 \\ q_4 & q_5 & q_3 \\ q_5 & q_6 & q_6 \\ q_6 & q_6 & q_6 \end{array}$$

- a) Bruk minimaliseringsalgoritmen til å finne den minimale deterministiske automaten M_0 som gjenkjenner det samme språket som M , og tegn grafen til M_0 .
- b) Finn et regulært uttrykk for $L(M)$.

Oppgave 3 En kontekstfri grammatikk $G = \{V, \Sigma, R, S\}$ er gitt ved at

$$\begin{aligned} \text{terminalene } \Sigma &= \{\wedge, \vee, (,), x\}, \\ \text{ikketerminalene } V - \Sigma &= \{S, A, B\}, \\ \text{og produksjonene } R &= \{S \rightarrow S \vee A \\ &\quad S \rightarrow A \\ &\quad A \rightarrow A \wedge B \\ &\quad A \rightarrow B \\ &\quad B \rightarrow (S) \\ &\quad B \rightarrow x\}. \end{aligned}$$

- a) Argumenter for at $L(G)$, språket til G , kun har ett ord av lengde 1.
- b) Tegn derivasjonstreet til ordet $x \wedge x \vee x \vee x \wedge (x \vee x)$.
- c) Finn en grammatikk $G_1 = \{V_1, \Sigma, R_1, S\}$, der $V_1 = V \cup \{S_1, A_1, B_1\}$ på Chomsky normalform og slik at $L(G) = L(G_1) \cup \{x\}$.
- d) Bruk den dynamiske algoritmen til å avgjøre om $(x \vee x) \wedge x \in L(G)$.

Oppgave 4

- a) Lag en grammatikk G som genererer språket

$$L(G) = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$$

- b) Beskriv en Turingmaskin M som avgjør om språket

$$L(M) = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$$

for et gitt alfabet Σ . Her betyr w^R "w reversert". Bruk gjerne elementære Turing-maskiner og beskriv M ved et diagram.

- c) La $\psi, \sigma : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ være to primitivt rekursive funksjoner, og definer funksjonene $f, F : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ ved

$$(i) \quad f(n, m) = \sigma^n(m) \quad (\text{komposisjon } n \text{ ganger})$$

$$(ii) \quad \begin{cases} F(0, m) &= \psi(m) \\ F(n+1, m) &= F(n, \sigma(m)) \end{cases}$$

Vis at f og F er primitivt rekursive. [Hint: I tilfellet (ii) kan resultatet fra (i) benyttes].