



Faglig kontakt under eksamen:
Finn Faye Knudsen tlf. 73 59 35 23

1 VEDLEGG

EKSAMEN I MA2301 VIDEREGÅENDE DISKRET MATEMATIKK

Bokmål

Fredag 2. juni 2006

kl. 09:00–13:00

Hjelpemidler (kode D): Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Enkel kalkulator (HP 30S)

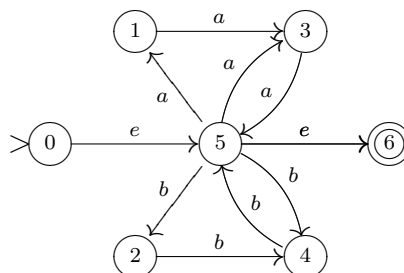
Sensurdato: 23. juni 2006.

Oppgave 1 En entydig (utvetydig, unambiguous) kontekstfri grammatikk for regulære uttrykk over alfabetet $\{a, b\}$, med eller uten overflødige parenteser, er gitt ved

$$\begin{array}{l} \text{Terminaler} = \{a, b, \emptyset, (,), *, \cup\} \\ \text{Ikke-terminaler} = \{R, F, T\} \\ \text{Startsymbol} = R \end{array} \quad \text{Produksjoner} = \begin{cases} R ::= R \cup F \mid F \\ F ::= FT \mid T \\ T ::= (R) \mid T * \mid a \mid b \mid \emptyset. \end{cases}$$

Tegn derivasjonstrærne til de regulære uttrykkene $a \cup b \cup \emptyset^*$ og $(aa^*a \cup bb^*b)^*$.

Oppgave 2 Ved å eliminere nodene i rekkefølgen 1, 2, 3, 4, 5, finn et regulært uttrykk med samme språk som den ikkedeterministiske endelige automaten under.



Oppgave 3 Finn en deterministisk endelig automat med samme språk som automaten i Oppgave 2.

Hint: De ϵ -mettede tilstandene som kan nås fra starttilstanden er $\{0, 5, 6\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{3, 5, 6\}$, $\{4, 5, 6\}$, $\{1, 3, 5, 6\}$, $\{2, 4, 5, 6\}$, og \emptyset .

Oppgave 4 Bruk minimaliseringsalgoritmen til å finne standardautomaten til språket tilhørende automaten gitt ved tabellen

	a	b	
q_0	q_1	q_2	
q_1	q_3	q_2	
q_2	q_1	q_4	
q_3	q_3	q_5	
q_4	q_5	q_4	
q_5	q_5	q_5	*

Her er det q_0 som er starttilstanden og kun q_5 som er en aksepterende tilstand.

Oppgave 5 Dersom L er et språk, la $\text{Max}(L)$ bestå av de strengene i L som ikke er ekte prefix av noen streng i L .

$$\text{Max}(L) = \{w \mid w \in L \wedge \forall x (x \neq \epsilon \Rightarrow wx \notin L)\}.$$

Vis at dersom L er språket til en endelig automat, så er også $\text{Max}(L)$ det.

Oppgave 6 La L og M være språk over et og samme alfabet Σ . Venstrekvotienten av L med hensyn på M er språket som består av alle strenger w slik at det finnes en streng $x \in M$ og $xw \in L$. Vi har

$$M \setminus L = \{w \mid \exists (x \in M) xw \in L\}.$$

Vis at dersom L er språket til en endelig automat, så er også venstrekvotienten $M \setminus L$ språket til en endelig automat.

Hint: Det kan være lurt å legge til en helt ny starttilstand og diverse ϵ -piler. (Hvilke?)

