

MA2401, GEOMETRI

TEST NO 3A, 15/3 - 11

STUDIE - PROGRAM:

OPPGAVE 1:

Skriv opp trekant-ulikhet-teoremet. (Bewis kreves ikke.)

Anta at A, B, C er tre distinkte punkter som er slik at:

$$AB + BC = AC$$

Bewis at da er A, B, C kolineare.

(Hvilken forenkling av definisjonen av $A * B * C$

gir dette?)

LØSNING:

TEOREM 6.4.2 (Trekant-ulikheten)

Hvis A, B, C er tre ikke-kolineare punkter, så er $AC < AB + BC$

Følgelig har vi:

Dersom $AC = AB + BC$, må A, B, C være kolineare.

DEFINISJON 5.4.2 (Mellomliggenhet)

Vi sier at punktet B ligger mellom A og C , med symboler: $A * B * C$ dersom $B \in \overleftrightarrow{AC}$ og $AB + BC = AC$.

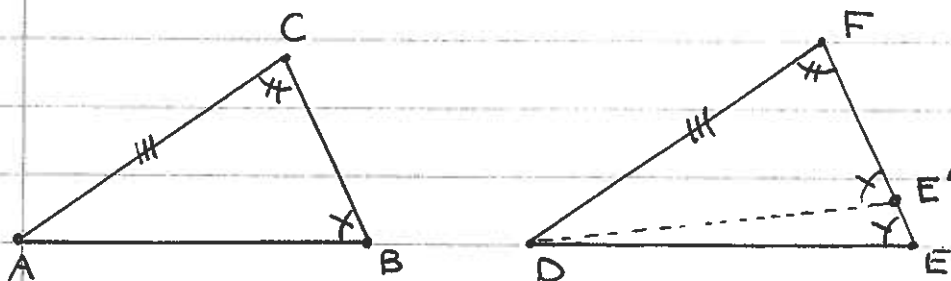
Ut fra trekant-ulikheten følger det da at $B \in \overleftrightarrow{AC}$ kan sløyfes i denne definisjonen fordi $B \notin \overleftrightarrow{AC}$ straks gir at $AC < AB + BC$ - i samsvar med den andre del av definisjonen.

OPPGAVE 2:

Beris AAS-teoremet: Hvis $\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er to trekanter som er slik at $\angle ABC \cong \angle DEF$, $\angle BCA \cong \angle EFD$ og $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, så vil:

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF.$$

(Hvilke aksiomer/teoremer benyttes i beviset?)



Dersom $CB = FE$, følger påstanden $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

direkte fra SAS.

Vi kan da uten tap av generalitet anta at $CB < EF$. Vi kan da ansette et punkt E' s.a.

$$F * E' * E \quad \text{og} \quad FE' = CB$$

Ut fra SAS får vi da:

$$\triangle ABC \cong \triangle DE'F.$$

Spesielt gir dette at $\angle ABC \cong \angle DE'F$

Siden vi har antatt at $\angle ABC \cong \angle DEF$, blir $\angle DE'F \cong \angle DEF$. Men dette

betyr at den ytre vinkel $\angle DE'F$ i $\triangle DEE'$ er konstant med den motsatte indre vinkel $\angle DEF$. Dette er i strid med ytre-vinkel-teoremet. Altså må $CB = FE$.