

MA2501 Numeriske metoder

Vår 2010

Øving 1

De to første oppgavene inneholder litt MATLAB kode. Bruk `help` eller `helpdesk` for en forklaring på de ulike elementene i koden. Selv om det virker opplagt nok, kan hjelpeteksten gi dere ekstra informasjon som kan være nyttig senere.

Husk at det ofte er mer enn en måte å gjøre ting på i MATLAB.

Oppgave 1

Gitt ligningen $f(x) = e^x + x^2 - x - 4 = 0$.

- a) Vis (teoretisk) at f har et og bare et nullpunkt r på intervallet $[1, 2]$.

Plott deretter $f(x)$, $x \in [1, 2]$ i MATLAB, og finn en tilnærming til r grafisk. Dette kan du f.eks. gjøre ved å skrive

```
f = inline('exp(x)+x^2-x-4');  
fplot(f, [1,2])  
grid on
```

Finn en tilnærming til r ved bruk av Newtons metode. Bruk $x_0 = 1.5$ som startverdi. (Bruk gjerne kalkulator i stedet for MATLAB.)

- b) Ligningen $f(x) = 0$ kan skrives om på formen $x = g(x)$ med f.eks.

$$\begin{aligned} i) \quad & g(x) = \ln(4 + x - x^2) \\ ii) \quad & g(x) = \sqrt{-e^x + x + 4} \\ iii) \quad & g(x) = e^x + x^2 - 4 \end{aligned}$$

For hver av disse kan vi lage et fikspunkt iterasjonsskjema $x_{n+1} = g(x_n)$. MATLAB koden blir f.eks.

```
g = inline('log(4+x-x^2)');  
x = 1.5           % Startverdi  
Nit = 10         % Antall iterasjoner  
for n=1:Nit  
    x = g(x)  
end
```

Test de tre skjemaene numerisk, og se hvilke som konvergerer og hvilke som ikke gjør det. Bruk $x_0 = 1.5$, men eksperimenter gjerne med andre startverdier. Bruk Teorem 1 i notatet om fikspunktiterasjoner for å bekrefte de numeriske resultatene.

Hint: Om nødvendig, velg et annet intervall $[a, b]$ som inneholder r . Bruk gjerne MATLAB for å plote $g(x)$ og $g'(x)$.

For de(t) skjemaene som konvergerer, estimer det maksimale antall iterasjoner som er nødvendig for å beregne r med en nøyaktighet på 10^{-6} . Kontroller svaret numerisk. (Svaret avhenger av intervallet du velger. Det fins altså intet fasitsvar på oppgaven.)

Oppgave 2

La p være et positivt tall. Hva er verdien av følgende uttrykk:

$$x = \sqrt{p + \sqrt{p + \sqrt{p + \cdots}}}$$

Hint: Legg merke til at dette kan skrives som en fikspunkt-iterasjon.

Oppgave 3

Oppgave 3.2.33, s. 103 og 3.3.12, s. 122. i læreboka.