

Vi antar at rekken $\sum_p 1/p$ konvergerer og viser nå at det leder til en selvmotsigelse.

Vi nummerer primtallene $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, \dots$ og kan, i henhold til vår antagelse, finne et positivt heltall N slik

$$S = \sum_{p > p_N} \frac{1}{p} < 1.$$

Da vil

$$1 + S + S^2 + S^3 + S^4 + \dots$$

være en konvergent geometrisk rekke. Denne rekken kan skrives som

$$\sum_{j=0}^{\infty} S^j = \sum_{p_1, p_2, \dots, p_N \nmid n} \frac{1}{n},$$

der vi altså summerer over alle positive heltall n som ikke er delelige med et eneste av de første N primtallene. Tall på formen $1 + mp_1 p_2 \cdots p_N$ kan ikke deles med et eneste av de N første primtallene, og dermed får vi

$$\sum_{j=0}^{\infty} S^j \geq \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{1 + mp_1 p_2 \cdots p_N} \geq \frac{1}{1 + p_1 p_2 \cdots p_N} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m}.$$

Men den siste rekken er den harmoniske rekken, som vi vet divergerer. Vi har dermed en selvmotsigelse og slutter at den opprinnelige rekken $\sum_p 1/p$ må divergere.