

Som vi har sett kan  $\pi$  approksimeres ved hjelp av Maclaurin-rekken til  $\arctan x$ , altså

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

Vi har sett at vi kan bruke at  $\arctan 1 = \pi/4$  eller at  $\arctan(1/\sqrt{3}) = \pi/6$ . Man kan få raskere konvergens ved å utnytte følgende identitet:

$$\arctan u + \arctan v = \arctan \left( \frac{u + v}{1 - uv} \right).$$

(Dette er bare en omskrivning av den kjente identiteten for tangens til summen av to vinkler.) Ved å velge  $u = 1/3$  og  $v = 1/2$  får man

$$\pi/4 = \arctan(1/3) + \arctan(1/2).$$

Vi vil nå gjøre en bedre jobb fordi argumentene  $1/3$  og  $1/2$  er mindre enn tidligere.

Kan du, ved passende manipulasjoner med ovenstående identitet, utlede Machins formel

$$\pi/4 = 4 \cdot \arctan(1/5) - \arctan(1/239)?$$

Denne formelen ble publisert i 1706 og brukt til å beregne de 100 første desimalene i  $\pi$ , som var verdensrekord på den tiden.