

**Bevis for (a):** Siden  $x_{n+1}$  er løsningen av den lineære ligningen  $f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n) = 0$ , får vi

$$\begin{aligned} f(x_{n+1}) &= f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} - x_n) + \frac{f''(X)}{2}(x_{n+1} - x_n)^2 \\ &= \frac{f''(X)}{2}(x_{n+1} - x_n)^2, \end{aligned}$$

med  $X$  mellom  $x_n$  og  $x_{n+1}$ . På den annen side har vi ved sekantsetningen at

$$f(x_{n+1}) = f'(c)(x_{n+1} - r)$$

for  $c$  mellom  $x_{n+1}$  og  $r$ . (Her brukte vi at  $f(r) = 0$ .) Dermed får vi

$$x_{n+1} - r = \frac{f''(X)}{2f'(c)}(x_{n+1} - x_n)^2,$$

som gir det ønskede resultat siden  $|f''(X)/f'(c)| \leq K/L$ .

**Bevis for (b):** Siden  $f(r) = 0$ , får vi

$$0 = f(x_n) + f'(x_n)(r - x_n) + \frac{f''(X)}{2}(r - x_n)^2$$

for  $X$  mellom  $x_n$  og  $r$ . Vi bruker igjen at  $f(x_n) = -f'(x_n)(x_{n+1} - x_n)$ , som innsatt i ovenstående likhet gir

$$0 = f'(x_n)(r - x_{n+1}) + \frac{f''(X)}{2}(x_{n+1} - x_n)^2,$$

eller sagt på en annen måte:

$$x_{n+1} - r = \frac{f''(X)}{2f'(x_n)}(x_{n+1} - x_n)^2.$$

Resultatet følger siden  $|f''(X)/f'(x_n)| \leq K/L$ .