

Det er verdt å merke seg at antagelsen om at  $f$  er kontinuerlig, er unødvendig. Det er nok å anta at  $f$  er voksende og begrenset, det vil si at det finnes en konstant  $M$  slik  $|f(x)| \leq M$  for alle  $x$  i intervallet  $[a, b]$ .

La  $P = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$  være en vilkårlig partisjon av  $[a, b]$ ; vi antar som vanlig at  $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ . Vi får

$$L(f, P) = \sum_{i=1}^n f(x_{i-1})\Delta x_i \quad \text{og} \quad U(f, P) = \sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x_i,$$

siden  $f$  antas å være voksende. Dermed:

$$\begin{aligned} U(f, P) - L(f, P) &= \sum_{i=1}^n (f(x_i) - f(x_{i-1}))\Delta x_i \\ &\leq \|P\| \sum_{i=1}^n (f(x_i) - f(x_{i-1})) = \|P\|(f(b) - f(a)), \end{aligned}$$

som altså går mot 0 når  $\|P\| \rightarrow 0$ .