Ved delvis integrasjon:

$$\begin{aligned}\int_1^\infty \sin(x^2)dx &= \left[-\frac{1}{2x}\cos(x^2)\right]_1^\infty - \frac{1}{2}\int_1^\infty \frac{\cos(x^2)}{x^2}dx \\ &= \frac{1}{2}\cos(1) - \frac{1}{2}\int_1^\infty \frac{\cos(x^2)}{x^2}dx.\end{aligned}$$

Det siste integralet konvergerer fordi absoluttverdien av integranden er dominert av $1/x^2$.

For å løse annen del av oppgaven kunne vi ta utgangspunkt i funksjonen $\sqrt{x}\sin(x^2)$ og gjenta ovenstående argument. Vi ville da kunne sammenligne med integralet av $x^{-3/2}$. Problemet er imidlertid at absoluttverdien av funksjonen ikke går mot ∞; den vil jo være lik 0 når $\sin(x^2) = 0$.

Siden funksjonen må ha hurtige svingninger, betyr dette at vi må erstatte sinus med en diskontinuerlig funksjon. Et eksempel på en diskontinuerlig funksjon som oppfører seg på tilsvarende måte som $\sqrt{x}\sin(x^2)$ er som følger. La f være definert på hvert intervall $[\sqrt{n}, \sqrt{n+1})$, $n = 1, 2, 3, ...$ ved:

$$f(x) = \begin{cases} n^{1/4}, & \sqrt{n} \le x < \frac{1}{2}(\sqrt{n} + \sqrt{n+1}) \\ -n^{1/4}, & \frac{1}{2}(\sqrt{n} + \sqrt{n+1}) \le x < \sqrt{n+1}. \end{cases}$$

Denne funksjonen er stykkevis kontinuerlig på et hvert endelig intervall, og det uegentlige integralet gir derfor mening, forutsatt at grensen $\lim_{b\to\infty}\int_1^b f(x)dx$ eksisterer. Det overlates til leseren å sjekke at denne grensen er lik 0, altså:

$$\int_1^\infty f(x)dx = 0.$$