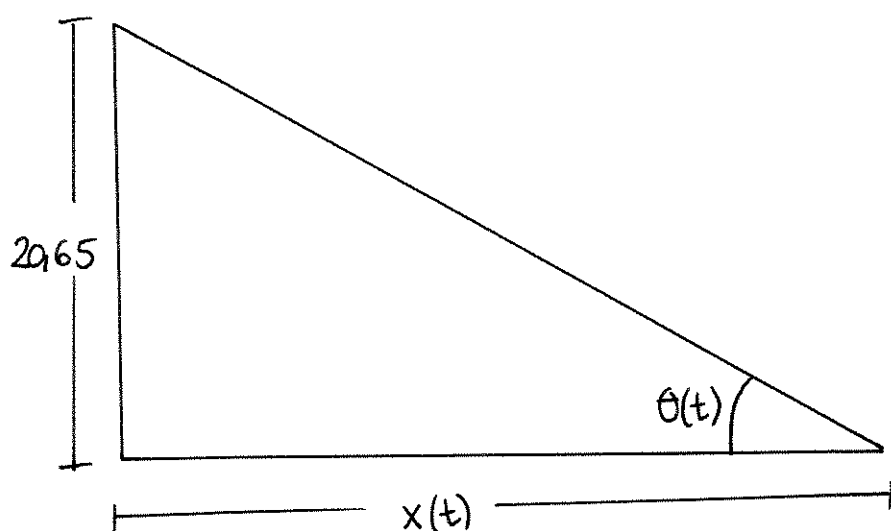


Løsningsforslag, øringsoppgaver

③



$$\frac{d\theta}{dt} = -\pi/6$$

Vi skal finne endringen i $x(t)$, idet $\theta = \pi/6$. Dette er det samme som å finne $\frac{dx}{dt}$. Vi trenger altså en sammenheng mellom x og θ :

$$(*) \tan(\theta(t)) = \frac{20,65}{x(t)}$$

Vi kan enten sette $x(t)$ for seg selv på venstre side, og så derivere som vanlig, eller vi kan derivere implisitt:

$$(**) \frac{1}{\cos^2(\theta(t))} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{-20,65 x'(t)}{x(t)^2}$$

$$\text{Idet } \theta(t) = \pi/6, \text{ er } (*) x(t) = \frac{20,65}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \approx 35,7$$

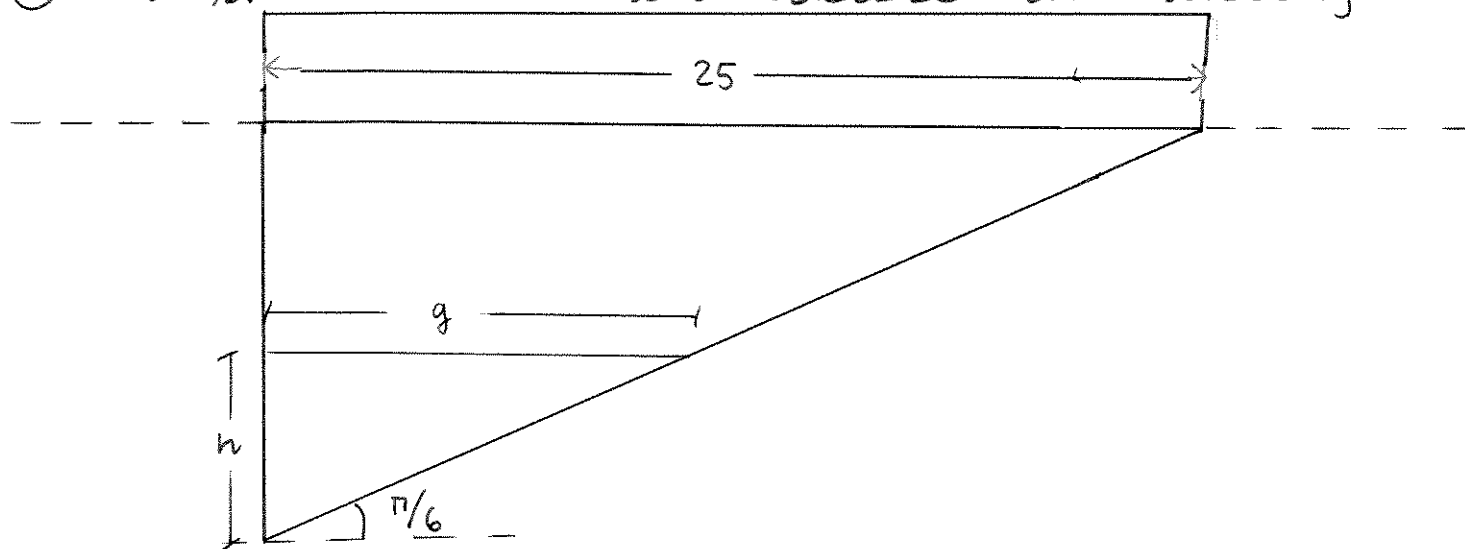
$$(\tan \pi/6 = 1/\sqrt{3}).$$

I (*) har vi nå alle størrelser bortsett fra $x'(t)$ som vi nå skal finne:

$$\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} (-\pi/6) = \frac{-20,65 \cdot x'(t)}{(35,77)^2}$$

$$\underline{\underline{x'(t) = 43,27 \text{ m/time}}}$$

⑥ Vi starter med en skisse av bassenget:



Dette er altså et tverrsnitt, og bassenget går 10 meter "innover" i papiret.

NB! Her må vi huske å passe på dimensjonene. $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$.

Siden $V(h(t))$, blir $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dt}$.

Det er endringen i vannhøyden vi skal finne, dvs. $\frac{dh}{dt}$. Vi vet at endringen i volumet er $\frac{dV}{dt} = 500 \text{ l/min}$. Da må vi altså finne et uttrykk for volumet m.h.p. h :
$$V = \frac{g \cdot h}{2} \cdot 10 \text{ m}^3 = \frac{\sqrt{3} h \cdot h}{2} \cdot 10 \cdot 1000 \text{ dm}^3$$
$$= 5000\sqrt{3} h^2 \text{ dm}^3 = 5000\sqrt{3} h^2 \text{ l}$$

$$\left(\tan \frac{\pi}{6} = \frac{h}{g} \right).$$

$$\frac{dV}{dh} = 10000\sqrt{3} h$$

$$\text{Altså : } 500 = 10.000\sqrt{3} h \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{20\sqrt{3} h}$$

Vi kan spandere på oss å observere at etterhvert som h øker, så avtar endringen i vannhøyden (hvorfor er det logisk?).

Etter 10 minutter er det $500 \cdot 10 = 5000$ liter vann i bassenget. I det øyeblikket er høyden h :

$$5000 = 5000\sqrt{3} h^2$$

$$\underline{h \approx \pm 0,76 \text{ dm}}$$

Vannhøyden er altså 0,76 dm etter 10 min. Endringen blir da :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{20\sqrt{3} \cdot 0,76} \approx 0,038 \text{ dm/min} = \underline{\underline{0,038 \frac{\text{dm}}{\text{min}}}}$$

Etter 65 timer : Sjekk om vannet har fylt opp trekanten. I så fall må vi regne med en annen høydeformel.... (ikke glem viktig dimensjon!)