

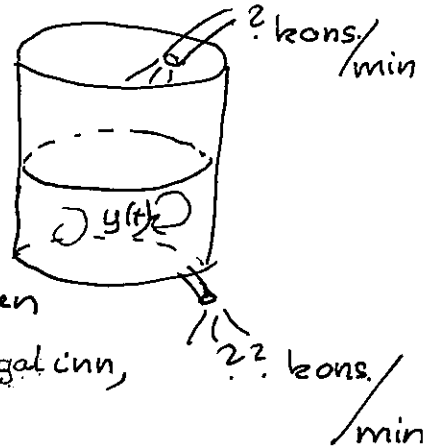
Eksempel "Mixture Problem"

Se også Example 5, s. 15-15.

nr 26 s. 15-17, Løsning:

$y = y(t)$ er konsentrat i tanken ved tid t .

$\frac{dy}{dt}$ = Raten av konsentratet INN
- Raten av konsentratet UT



a) Netto strømmer det 2 gal væske inn i tanken per min. Tanken er full når det har strømt 100 gal inn, dvs. etter $100/2 = \underline{\underline{50 \text{ min.}}}$

b) Initial-verdi-problemet er her

$$\frac{dy}{dt} = 0.5 \cdot 5 - \frac{y}{100+2t} \cdot 3, \quad y(0) = 0.$$

Løser $\frac{dy}{dt} + \frac{3}{100+2t} y = 2.5 :$

Multipliserer med integrerende faktor

$$v = e^{\frac{3}{2} \ln(100+2t)} = \underline{\underline{(100+2t)^{3/2}}}$$

og får

$$\frac{d}{dt}(v \cdot y) = 2.5 (100+2t)^{3/2}$$

Integrerer og har da

$$v \cdot y = C + \frac{2.5}{5} (100+2t)^{5/2}$$

$$(*) \quad y = 0.5(100+2t) + C(100+2t)^{-3/2}$$

Bestemmer C ved betingelsen $y(0) = 0$

$$0 = y = \underline{\underline{50 + C/10^3}} \Rightarrow \underline{\underline{C = -5 \cdot 10^4}}$$

Innsatt i (*) $y = 50 + t - 5 \cdot 10^4 (100+2t)^{-3/2}$

$$y(50) = 100 - 5 \cdot 10^4 \cdot (200)^{-3/2} = 100 - \frac{25}{\sqrt{2}}$$

$$\approx \underline{\underline{82.375 \text{ (Lb)}}}$$