



Dette er en fellesøving med IT Grunnkurs. Oppgave 1(a) og Oppgave 2(c) besvares i IT-øvingen, resten besvares i matteøvingen.

1 a) Se ITGK øving 7, Oppgave 1

b) Vis at funksjonen $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \cos(2x)$ har et nullpunkt mellom $x = 0$ og $x = \pi/2$. Finn et estimat for et slikt nullpunkt ved hjelp av resultatet i oppgave (a). Bruk startverdien $x_0 = 1$ og feiltoleranse $\epsilon = 10^{-10}$.

Hva skjer dersom du velger $x_0 = 2$ som startverdi?

c) Bruk implementasjonen fra deloppgave (a) til å estimere nullpunkt til funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x}, & x < 0. \end{cases} = \text{sign}(x)\sqrt{|x|},$$

med startverdi $x_0 = 1$, feiltoleranse $\epsilon = 0.001$ og maksimalt antall iterasjoner lik 20. Diskuter resultatet.

2 La $f(x) = e^{-x^2}$. Vi ønsker å regne ut integralet

$$\int_0^1 f(x) dx. \quad (1)$$

Siden $f(x)$ ikke har en elementær funksjon som antiderivert, ønsker vi å bruke numerisk integrasjon for å finne verdien på uttrykket.

a) Finn en tilnærmet verdi av integralet i (1) ved å bruke trapesmetoden med fire delintervaller. Bruk så Simpsons metode til å finne tilnærmede verdier av integralet, først med fire delintervaller, deretter med åtte.

b) Vis at $|f''(x)| \leq 2$ for $x \in [0, 1]$, og at $|f^{(4)}(x)| \leq 20$ for $x \in [0, 1]$. Bruk dette for å finne en øvre skranke for feilen i de tre tilnærmede verdiene fra forrige oppgave.

Hvor mange delintervaller må vi bruke med trapesmetoden for å være sikker på at feilen ikke overstiger $\frac{1}{6} \cdot 10^{-6}$? Hvor mange delintervaller må vi ha med Simpsons metode?

- c) Se ITGK øving 7, oppgave 2.
- d) Bruk resultatet i oppgave (c) til å teste svaret du fikk for hånd i (a).

3 Oppgaver fra læreboken:

- Avsnitt 7.2: Oppgave 41
- Avsnitt 7.3: Oppgave 29 og 7
- Avsnitt 7.4: Oppgave 12 og 49
- Avsnitt 7.5: Oppgave 6