Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

FRIVILLIG MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4105 MATEMATIKK 2

Bokmål
Uke 12, 2010
Maksimum 4 timer

Hjelpemidler (kode C): Enkel kalkulator
Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1 Kurven C er gitt ved

$$\boldsymbol{r}(t) = \sqrt{2}\cos t\,\boldsymbol{i} + \sqrt{2}\cos t\,\boldsymbol{j} + 2\sin t\,\boldsymbol{k} \quad \text{for} \quad 0 \le t \le 2\pi.$$

a) Beregn følgende størrelser i et vilkårlig punkt på kurven C:

- enhetstangentvektoren $\boldsymbol{T}$,
- krumningen κ.

b) Vis at C er skjæringskurven mellom en kuleflate og et plan. Beregn sentrum og radien til sirkelen C.

Oppgave 2 I et punkt $P_0 : (x_0, y_0, z_0)$ på flaten $z = x^2 - y^2$ er tangentplanet parallelt med planet $z = 4x - 2y$. Finn P_0 og ligningen for dette tangentplanet.

Oppgave 3 Finn og klassifiser de kritiske punktene til funksjonen

$$f(x,y) = x^3 - 3xy + \frac{1}{2}y^3.$$

Oppgave 4 La R være det plane området i første kvadrant som er begrenset av x-aksen, y-aksen og kurven

$$2x^{\frac{3}{2}} + y^3 + 5xy = 1,$$

randen inkludert. Finn største og minste verdi av funksjonen $f(x,y) = xy$ over området R.

Oppgave 5 La T være legemet begrenset av koordinatplanene $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ og planet

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Hvilke(t) av integralene nedenfor gir volumet av T?

(i) $\displaystyle\int_0^3 \int_0^{2-\frac{2}{3}z} \int_0^{2-y-\frac{2}{3}z} dxdydz$ (ii) $\displaystyle\int_0^3 \int_0^{2-x} \int_0^{\frac{3}{2}(2-x-y)} dzdxdy$

(iii) $\displaystyle\int_0^2 \int_0^{2-x} \int_0^{\frac{3}{2}(2-x-y)} dzdydx$ (iv) $\displaystyle\int_0^2 \int_0^{2-x} (2-x-y)dydx$