SIF5005 Matematikk 1

Fasit for eksamensoppgaver

Til og med kontinuasjonseksamen 2001

1998–05–14

Oppgave 1 **a)** $z^2 = 2(x^2 + y^2)$; $\quad 2$

b) $x = e^{-t_0}\big(\cos t_0 - t(\sin t_0 + \cos t_0)\big)$,
$y = e^{-t_0}\big(\sin t_0 - t(\sin t_0 - \cos t_0)\big)$,
$z = e^{-t_0}\sqrt{2}(1-t)$;

$x = -e^{-t_0}\sin t_0$, $y = e^{-t_0}\cos t_0$

Oppgave 2 **a)** sadelpunkt i $(0,0)$, lokalt maksimum i $(1,1)$

b) 1; $\quad -48$

Oppgave 3 0; $\quad \langle -\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\sqrt{3}\rangle$

Oppgave 4 **a)** $(0, 0, \frac{9}{10})$

b) $\frac{1}{6}\sqrt{30}$

c) $\frac{1}{2}\pi e$

Oppgave 5 **b)** $\frac{1}{6}\pi(3\pi^2 - 4)$

1998–08–17

Oppgave 1 **a)** sadelpunkt i $(0,0)$, lokalt maksimum i $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

b) $(1,1)$ og $(-1,-1)$; $\quad (\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ og $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Oppgave 2 **a)** $\cos(xy + z^2 - 4x + 4y)\big((y-4)\mathbf{i} + (x+4)\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}\big)$;
4; $\quad 4\sqrt{2}$

b) 1

Oppgave 3 $(1 - \ln 2)^2$

Oppgave 4 **b)** $\frac{16}{35}$; $\quad \frac{16}{35}\pi$

Oppgave 5 **a)** $x^2 + y^2 \le 4$; $\quad 8\pi$

b) 16π; $\quad 0$; $\quad 16\pi$

c) 16π

1999–05–14

Oppgave 1 **i)** alternativ (3); **ii)** alternativ (2)

Oppgave 2 **a)** $(0,0)$ sadelpunkt; $m = e$, $M = e^2$

b) $(e^2 - e)\ln 2$; $A = \ln 2$

Oppgave 3 **a)** 2π

b) $-\sqrt{10}$

Oppgave 4 **a)** $a = 2$; $f(x,y,z) = x^2 + xy^2z - z^2$

b) 10; $W = 64$

Oppgave 5 **a)** -4π

b) $-1/(x^2+y^2+z^2)^2$

c) 2π

1999–08–04

Oppgave 1 **a)** 2

b) $\frac{1}{6}\pi\sqrt{3} + 1$

Oppgave 2 $\frac{5}{16}$

Oppgave 3 **a)** $\frac{2}{3}$

b) $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$

Oppgave 4 $\frac{1}{12}$; $\frac{3}{10}$

Oppgave 5 **a)** $x^2 + (y-1)^2 = 1$; $\frac{32}{45}$

b) $\pi\sqrt{2}$

c) $(\pm\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}, 1)$

d) $\langle -2ze^{z^2}, -z, 1\rangle$; 2π

2000–05–12

Oppgave 1 (i), (iii) og (iv)

Oppgave 2 Sadelpunkt i $(0,0)$, lokalt minimum i $(3,9)$

Oppgave 3 $m = \frac{1}{4}k$

Oppgave 4 $P_0 = (2,1,3)$; $4x - 2y - z = 3$

Oppgave 5 $f_{\min} = 0$; $f_{\max} = \frac{1}{8}$

Oppgave 6 **a)** $\mathbf{T} = \left\langle -\dfrac{\sin t}{\sqrt{2}}, -\dfrac{\sin t}{\sqrt{2}}, \cos t \right\rangle$; $\kappa = \frac{1}{2}$

b) Sentrum i origo, radius lik 2

Oppgave 7 **a)** Sentrum i $(\frac{1}{2}, 0)$, radius lik $\frac{1}{2}$; $\operatorname{vol}(T) = \frac{1}{16}\pi$

b) $\iint_{S_1} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, dS = \iint_{S_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, dS = \frac{1}{8}\pi$

c) $\oint_C \mathbf{G} \cdot \mathbf{T}\, ds = \frac{3}{4}\pi$

2000–08–01

Oppgave 1 (i) ja; (ii) ja; (iii) nei/ja

Integralet i (iii) er feil stilt opp, men gir rett svar (0)

Oppgave 2 **a)** $f(x,y) = xe^y + ye^x + x^2 + y \quad (+C)$

b) $W = 2(e^{4\pi} - 1)$

c) $W = \frac{1}{2}(e^{8\pi} - 1)$

Oppgave 3 Retningsderivert: $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$;

vinkel: $\arctan(-\frac{1}{2}\sqrt{2}) \approx -0.062$

Oppgave 4 Høyeste punkter: $(\pm\frac{1}{2}\sqrt{2}, \mp\frac{1}{2}\sqrt{2}, \ln\frac{3}{2} - \frac{1}{2})$

Laveste punkter: $(\pm\frac{1}{2}\sqrt{2}, \pm\frac{1}{2}\sqrt{2}, \ln\frac{1}{2} - \frac{1}{2})$

Oppgave 5 $\frac{1}{4}e^2(e^2 - 5) + \frac{4}{3}$

Oppgave 7 **a)** $\bar{y} = 0$

b) 5π

2001–05–14

Oppgave 1 A: (vi); B: (ii)

Oppgave 2 $\frac{1}{9}abc\sqrt{3}$

Oppgave 3 $50/\sqrt{3}\ {}^\circ\mathrm{C/min}$

Oppgave 4 $\langle 1, -1, 0\rangle$

Oppgave 5 **a)** $5430{,}24\,\pi$

b) Ja

Oppgave 6 $\frac{22}{5}$

Oppgave 7 **a)** 2

b) $\pi(2e-3)$

Oppgave 8 -2π

2001–08–08

Oppgave 1 **a)** $(-2\sqrt[3]{5}, 0)$ og $(2, -12)$, begge sadelpunkter

b) Største verdi 42 og minste verdi 0; nei og nei

Oppgave 2 $2a(x-a) + 2b(y-b) + 8c(z-c) = 0$; Horisontal sirkel i høyde $z = 1$ med sentrum på z-aksen og radius $2\sqrt{3}$

Oppgave 3 $\frac{40}{3}\pi$

Oppgave 4 $\frac{1}{4}(\cos 8 - 1)$

Oppgave 5 Diskontinuerlig i $(0,0)$;
$f_x(0,0)$ eksister ikke, $f_y(0,0)$ eksisterer $(\,=0)$

Oppgave 6 **a)** $3x^2z + 3y^2z$; $\frac{1}{4}\pi$

b) $\frac{3}{4}\pi$

Oppgave 7 $f(x) = \sin x + 3$, $g(y) = 2y$

Oppgave 8 Begge integralene blir -4π