# Determinanter

## 2×2

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad \det A \overset{def}{=} ad - bc$$

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

## n×n

$A$ $n \times n$-matrise

**Def**

Minor $M_{ij}$ = determinanten til $(n-1)\times(n-1)$ du får etter å slette rad $i$ og kolonne $j$.

Kofaktor $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

Huskeregel for fortegn:

$$\begin{bmatrix} + & - & + & \cdots \\ - & + & - & \\ + & - & + & \\ \vdots & & & \ddots \end{bmatrix}$$

**Eks**

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3\cdot 2 - 1\cdot 4 = 2$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -(1\cdot 2 - 0\cdot 4) = -2$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot 1 - 0\cdot 3 = 1$$

o.s.v.

**Def**

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\det A \overset{def}{=} a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \ldots + a_{1n}A_{1n}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Eks $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$$\det A = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \cdot 2 - 0 + 1 \cdot 1$$

$$= 5$$

Teorem

det $A$ kan beregnes langs hvilken som helst kolonne eller rad

$\det A \neq 0 \iff A$ invertibel

$\det A^t = \det A$

$\det (AB) = \det A \cdot \det B$

Ting å se på:

Oppførsel med hensyn på radoperasjoner, spesialregel for 3x3-matriser, triangulære matriser