

Eks

Identifiser grafen til

$$5x^2 - 4xy + 8y - 36 = 0$$

Løsning

Ligningen kan skrives som

$$x^T A x - 36 = 0$$

$$\text{hvor } x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ og } A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$$

Eigenverdier og egenvektorer:

$$\lambda = 4: \quad v_1 = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 9: \quad v_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$$

det $P = 1$, så det er OK å bruke denne.

$$\text{Setter } x = P x', \text{ hvor } x' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

(Dette tilsvarer å rotere koordinatsystemet med vinkelen

$$\theta = \arctan\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}}\right) = \arctan \frac{1}{2} \approx 26.57^\circ$$

Ligningen blir

$$(P x')^T A (P x') - 36 = 0$$

$$x'^T P^T A P x' - 36 = 0$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} - 36 = 0$$

$$\text{Siden } P^T A P = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$